BLOQUE II. GEOMETRÍA.

PROBLEMAS SELECTIVIDAD (PAU) CANTABRIA 2000-2014

I.E.S. LA MARINA. CURSO 2014/2015. MATEMÁTICAS II.

OPCIÓN EXAMEN Nº 1

Condidera el plano π y la recta r dados por

π: ax + 2y – 4z – 23 = 0, r: $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-4} = z + 3$

a) (1 PUNTO) Halla el valor de a para el cual la recta r está contenida en el plano π
b) (1 PUNTO) ¿Existe algún valor de a para el que la recta r es perpendicular al plano π?
c) (1,25 PUNTOS) Para a=1, calcula la ecuación general del plano π_1 que es perpendicular al plano π y que contiene a la recta r. (Junio 2014)

OPCIÓN EXAMEN Nº 2

Considera la recta r: $\begin{cases} 3x - 2y - 11 = 0 \\ 2x - y - z - 5 = 0 \end{cases}$ y los puntos A=(0,1,1) y B=(1,2,1)

a) (1,5 PUNTOS) Halla un punto P de la recta r que equidiste de los puntos A y B
b) (1 PUNTO) Calcula la ecuación general del plano π que contiene a la recta r y al punto A
c) (0,75 PUNTOS) Determina la distancia del punto B al plano π. (Junio 2014)

OPCIÓN EXAMEN Nº 1

El vértice A de un triángulo rectángulo está en la recta r: $\begin{cases} x = 3 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$ y su hipotenusa tiene los vértices en los puntos B=(2,1,-1) y C=(0,-1,3)

a) (1,5 PUNTOS) Halla el punto A y el área del triángulo de vértices A, B y C.
b) (0,5 PUNTOS) Calcula la ecuación de la recta s que pasa por los puntos B y C.
c) (1,25 PUNTOS) Estudia la posición relativa de las rectas r y s. En caso de que las rectas se corten, halla el punto de intersección. (Septiembre 2014)

OPCIÓN EXAMEN Nº 2

Considera la recta r: $\begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ x - 2y - z + 3 = 0 \end{cases}$

a) (2 PUNTOS) Calcula el simétrico del punto P=(4,1,-1) respecto de la recta r

b) (1,25 PUNTOS) Halla la ecuación general del plano π que contiene a la recta r y al punto P. (Septiembre 2014)

OPCIÓN EXAMEN Nº 1

Los puntos A= (1, 3 , 1) y B = (2, 1, 3) son dos vértices consecutivos de uin cuadrado. Los otros dos vértices del cuadrado pertenecen a una recta r que pasa por el punto P = (2 , 7, 0).

a) (1 PUNTO) Calcula la ecuación de la recta r.
b) (1 PUNTO) Determina la ecuación general del plano π que contiene al cuadrado.
c) (1, 25 PUNTOS) Calcula las coordenadas de los otros vértices del cuadrado. (Junio 2013)

OPCIÓN EXAMEN Nº 2

Considera la recta r $\equiv \frac{x-5}{-1} = y - 2 = z$ y sea s la recta que pasa por los puntos

A (1, 6, 6) y B = (4, c, 5).

a) (1,5 PUNTOS) Determina el valor del parámetro c para que las rectas r y s se corten. Halla el punto de corte P.
b) (1 PUNTO) Calcula la ecuación general del plano π que contiene a las dos rectas r y s.
c) (1,75 PUNTOS) Halla el coseno del ángulo α que forman las rectas r y s. (Si no has determinado el valor del parámetro c., calcula cos α en función de c). (Junio 2013)

OPCIÓN EXAMEN Nº 1

a) (1,75 PUNTOS) Dados los vectores $\vec{u} = (a, b, 1)$, $\vec{v} = (-3,4,1)$ y $\vec{w} = (1,2,c)$, determina el valor de los parámetros $a, b\ y\ c\ \in R$ de manera que los vectores $\vec{v}\ \ y\ \ \vec{w}$ sean perpendiculares y además $\vec{u}x\vec{w} = \vec{v}$, donde $\vec{u}x\vec{w}$ denota el producto vectorial.
b) (1,5 PUNTOS) Sea r la recta que pasa por el punto P = (1 , - 1 , 1) y tiene como vector director $\overrightarrow{v_r} = (1,2,-2)$. ¿ Existe algún valor de k para el cuál la recta r está contenida en el plano $\pi \equiv 2x + 3y + 4z = k$? En caso afirmativo, calcula el valor de k. (Sept. 2013)

OPCIÓN EXAMEN Nº 2

Considera las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} x - mz = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x = 1 - s \\ y = 1 + 2s \\ z = -s \end{cases}$ $(\text{s} \in R)$

a) (1 PUNTO) Determina el valor del parámetro m para que las rectas r_1 y r_2 sean paralelas.
b) (1,25 PUNTOS) Calcula la distancia del punto P = (1 , 1, 1) a la recta r_2.
c) (1 PUNTO) Halla la ecuación general del plano π qu es perpendicular a la recta r_2 y pasa por el punto Q = (1, 0, - 3). (Sept. 2013)

OPCIÓN EXAMEN Nº 1

Considera el punto P = (1,0,4) y el plano π:2x-y+3z=0.

a) (0,75 PUNTOS) Calcula la ecuación de la recta r perpendicular al plano π y que pasa por el punto P
b) (1,5 PUNTOS) Determina el punto Q simétrico de P respecto al plano π
c) (1 PUNTO) Calcula la distancia del punto Q al plano π. (J-2012)

OPCIÓN EXAMEN Nº 2

Sean A,B y C los puntos de intersección del plano π de ecuación 2x+y-4z-4=0 con los tres ejes coordenados OX,OY y OZ respectivamente. Calcula:

a) (1,25 PUNTOS) El área del triángulo ABC.
b) (1 PUNTO)El perímetro del triángulo ABC
c) (1 PUNTO) las ecuaciones de las rectas que contienen a los lados del triángulo ABC

(J-2012)

OPCIÓN EXAMEN Nº 1

Considera los puntos A= (1,1,-1), B= (0,3,1) y C= (2, m-2,-3).

a) (1,25 PUNTOS) Determina para qué valores del parámetro m los tres puntos A,B y C están alineados y calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que los contiene.
b) (1,5 PUNTOS) Determina los valores del parámetro m para los que el área del triánguo de vértices A,B y C es igual a $\frac{\sqrt{5}}{2}$ unidades de superficie.
c) (0,75 PUNTOS) Para m =0 calcula la ecuación general del plano que contiene a los puntos A, B y C. (S-2012)

OPCIÓN EXAMEN Nº 2

Considera la recta : $r \equiv \begin{cases} 3x + 2y - z - 1 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$

a) (1,25 PUNTOS) Determina la ecuación de la recta s que corta a la recta r y que pasa por el punto P= (0,2,2)
b) (0,75 PUNTOS) Halla el punto Q dado por la intersección de las rectas r y s.
c) (1,25 PUNTOS) Calcula la ecuación general del plano π que contiene a las rectas r y s, y la ecuación de la recta r_1 perpendicular al plano π y que pasa por el punto Q. (S-2012)

OPCIÓN EXAMEN Nº 1

a) (1,25 PUNTOS) Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores ortogonales y de módulo 1. Halla los valores del parámetro a para que los vectores $\vec{u} + a\vec{v}$ y $\vec{u} - a\vec{v}$ formen un ángulo de 60º.
b) (1 PUNTO) Halla un vector $\vec{z}$ de módulo 1 y que sea ortogonal a los vectores $\vec{x} = (1,2,1)$ e $\vec{y} = (0,1,1)$.
c) (1 PUNTO) Justifica si es verdadera o falsa la afirmación siguiente. Si la consideras falsa pon un ejemplo ilustrativo.
“Si $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ son tres vectores no nulos que cumplen $\vec{a} x \vec{b} = \vec{a} x \vec{c}$, entonces $\vec{b} = \vec{c}$ “ (J-2011)

OPCIÓN EXAMEN Nº 2

Considera los planos

$$\pi_1 \equiv 2x-y+z=3$$
$$\pi_2 \equiv x-y+z=2$$
$$\pi_3 \equiv 3x-y-az=b$$

Donde a, b ∈ R.

a) (1,25 PUNTOS) Determina el valor de los parámetros a, b para que los planos se corten en una recta r.
b) (1 PUNTO) Calcula unas ecuaciones paramétricas de la recta r.
c) (1 PUNTO) Halla una ecuación general del plano π que contiene a la recta r y que pasa por el punto Q= (2,1,3). (J-2011)

OPCIÓN EXAMEN Nº 1

Considera los vectores $\vec{u} = (a, a, -3)$, $\vec{v} = (1, -1, a)$ y $\vec{w} = (1,2,3)$

a) (1 PUNTO) Determina para qe valores del parámetro a, los vectores $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente dependientes.
b) (1 PUNTO) Para a =2, calcula la ecuación general del plano π que pasa por el punto
P = (1,4,0) y cuyos vectores directores son $\vec{u}, \vec{v}$.

c) (1,25 PUNTOS) Determina el valor del parámetro a para que los vectores $\vec{v}\ \ y\ \vec{w}$ sean ortogonales y calcula el área del rectángulo que tiene por lados estos vectores.

(S-2011)

OPCIÓN EXAMEN Nº2

Considera el punto P = (-1,-1,-12) el plano π que contiene a los puntos A = (1,-1,1) , B= (1.3.2) y O = (0,0,0).

a) (0,75 PUNTOS) Calcula la ecuación general del plano π.
b) (0,75 PUNTOS) Calcula la ecuación de la recta r que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π.
c) (1,75 PUNTOS) Halla el punto C dado por la intersección de la recta r con el plano π y calcula el área del triángulo de vértices A,B y C. (S-2011)

1.- Los puntos A=(2,1,0) y B=(-1,3,-2) son dos vértices consecutivos de un paralelogramo cuyo centro es el punto M=(1,1,1)

a) Halla uno de los otros dos vértices y calcula el área del paralelogramo

b) Determina una ecuación general del plano que contiene al paralelogramo (S-2010)

2.- Considera las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x = 2 + s \\ y = s \\ z = m + s \end{cases}$ $t, s \in R$

a) Encuentra un valor del parámetro m para que las dos rectas sean coplanarias

b) Para m=0, calcula una recta que pase por el punto P= (2,1,1) y que sea perpendicular a ambas rectas (S-2010)

3.- Considera la recta $s \equiv \begin{cases} x = 5 + t \\ y = t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$ $t \in R$.

a) Halla un punto A de la recta que equidiste de los puntos B (1, 0,1) y C (2, 4,-2)

b) Área del triángulo cuyos vértices son los puntos B (1, 0,1), C (2, 4,-2) y D (11, 0,0) (J-2010)

4.- Considera los puntos A(0,1,-2) B(1,2,0), C(0,0,1) y D(1,0,m), donde m$\in$ R

a) Determinar el valor del parámetro m para que los 4 puntos sean coplanarios

b) Calcula el valor del plano Π ≡x+y-z-2=0 más próximo al punto C (J-2010)

5.- Razona si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En el caso de que la consideres falsa pon un ejemplo ilustrativo:

a) Dados a, b y c∈ R cualesquiera, los vectores (1,a,b), (0,1,c) y (0,0,1) son linealmente independientes.

b) Si $\vec{u}\ y\ \vec{v}$ son dos vectores que verifican que, entonces $\vec{u}=0\ \acute{o}\ \vec{v}=0$

c) Dados tres vectores $\vec{u}$,$\vec{v}$ y $\vec{w}$, si $\vec{u}$ es ortogonal a $\vec{v}$ y a $\vec{w}$ entonces $\vec{u}$ es ortogonal a cualquier vector de la forma $\alpha\vec{v}+\beta\vec{w}$ siendo α y β números reales (S-2009)

6.- Los puntos A(1,1,0) y B(2,2,1) son dos vértices consecutivos de un rectángulo. Además, se sabe que los otros dos vértices son puntos de una recta que pasa por el origen de coordenadas

a) Halla los otros dos vértices del rectángulo

b) Determina la ecuación general del plano que contiene a los cuatro vértices

(S-2009)

7.- a) Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ vectores tales que ($\vec{u}+\vec{v}$).($\vec{u}$ - $\vec{v}$)=17 y $|\vec{u}|$ =9. Calcular el módulo del vector $\vec{v}$

b) Considera los vectores a(2,-1,4) y b(0,3,m) con m∈ R.

1) Halla m para que a y b sean ortogonales.

2) Para m=0 calcula el área del paralelogramo que tiene por lados los vectores a y b. (J-2009)

8.- Considera el plano Π ≡x-2y+2z+1=0, la recta $s\equiv\begin{cases}x-y=0\\ z+1=0\end{cases}$ y el punto A(1,0,-1)

a) Halla una ecuación general del plano que pasa por A, es perpendicular a Π y es paralelo a s

b) Se desea construir un cuadrado que tenga un vértice en el punto A y un lado sobre la recta s. Determina la longitud del lado del cuadrado y las coordenadas del vértice que está en la recta s y es consecutivo al vértice A.
(J-2009)

9.- Considera los planos siguientes: Π_1: x-y+z=0 y Π_2: x+y-z-2=0. Se pide:

a) Determina la posición relativa de los planos dados. b) Halla una ecuación de la recta que pasa por el punto A (1,2,3) y no corta a los planos Π_1 y Π_2 c) Calcula un punto de la recta $s \equiv \begin{cases} x=0 \\ y=z \end{cases}$ que equidiste de A (1,2,3) y de B (1,1,2).

(Septiembre 2008)

10.- Considera los puntos A (α, 2, α); B (2, -α, 0) y C (α, 0, α+2) con α∈*R*.

a) Estudia si los 3 puntos están alineados para algún valor de α. b) Calcula para qué valores de α los puntos A, B y C son los vértices de un triángulo isósceles y si, en algún caso, el triángulo es equilátero. c) Para el valor α=0 determina una ecuación general del plano que contiene a A, B y C. Calcula los puntos de la forma (β,β,β), con β∈ *R* cuya distancia al plano obtenido es $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(Septiembre 2008)

11.- a) Prueba que si dos vectores u y v tienen el mismo módulo, entonces los vectores u+v y u-v son ortogonales. b) Considera los vectores x(-1,2,3) e y(2,3,-1): i) Razona si x+y es linealmente independiente con x-y. ii) Calcula el área del paralelogramo que tiene tres vértices consecutivos en los puntos (1,5,2) , (0,0,0) y (-3, -1, 4).

(Junio 2008)

12.- Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y-z-4=0 \\ x+2y-7=0 \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x-2=0 \\ y+5=0 \end{cases}$. a) Estudia la posición relativa de r y s. b) Halla un punto A de r y otro punto B de s tales que el vector AB sea perpendicular a ambas rectas. c) ¿Cuántos cuadrados se pueden construir teniendo un vértice en el punto A y un lado en la recta s? Calcula su área. (Junio 2008)

13.- Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifica tu respuesta. Para las que consideres falsas pon un ejemplo ilustrativo.

i) Si tres vectores u,v,w cumplen u.v=u.w entonces v=w

ii) No existen dos vectores v y w cumpliendo que $|u|=1, \;\; |v|=2 \;\; y \;\; |u.v|=3$

iii) Si tres vectores u,v,w son linealmente independientes, entonces también lo son los vectores u+v, u-v y u-v+w. (S-2007)

14.- Considera la recta y los planos siguientes: $\frac{x-2}{-3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-4}{-1}$

Π_1: -3x+2y-z+2=0; y Π_2: 2x+2y-2z+3=0. Se pide: i) Determina la posición relativa de la recta con respecto a cada uno de los planos. ii) Determina la posición relativa de los dos planos. iii) Calcula la distancia de la recta al plano Π_2. (S-2007)

15.- Considera los puntos A(1,1,1), B(2,0,-1), C(5,2,1) y D(4,3,3). i) Justifica que los puntos son los vértices consecutivos de un paralelogramo. ii) Razona si dicho paralelogramo es un rectángulo. iii) Determina una ecuación general del plano que contiene los 4 puntos. (J-2007)

16.- Considera la recta $\frac{x-1}{-4}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{1}$ y el plano Π: 3x+4y-6=0. i) Comprueba que r y Π son paralelos. ii) Calcula la distancia entre r y Π. iii) Determina dos rectas distintas que estén contenidas en Π y sean paralelas a r.
(J-2007)

17.-Considera los puntos A(1,-3,2); B(1,1,2); C(1,1,-1). a) Ecuación general del plano que contiene los 3 puntos. b) Halla un punto D para que A, B, C y D sean los vértices consecutivos de un rectángulo. c) Halla un punto D para que A, B, C y D sean los vértices de un paralelogramo no rectángulo. d) Calcula el área del paralelogramo obtenido en el apartado anterior. (S-06)

18.- Considera las rectas:

$$r \equiv x-3=y-4=\frac{z-5}{2} \quad y \quad s \equiv \frac{x-5}{-2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-m}{2}, donde\ m \in R$$

a) Estudia, según los valores del parámetro m las posiciones relativas de las 2 rectas. Si se cortan halla su punto de corte.
b) Cuando sean coplanarias halla la ecuación general del plano que las contiene.
c) Estudia la posición relativa del plano del apartado anterior con el plano que pasa por los 3 puntos. A(3,4,5) B(5,4,-3) y C(1,2,1). *Indicación:* No es necesario construir el plano que pasa por esos 3 puntos. (S-06)

19.- a) Determina la ecuación de un plano Π pasando por el punto A(-1,-1.1) y siendo v=(1,-2,-1) un vector normal al mismo.
b) Determina las ecuaciones paramétricas de la recta r que se obtiene al cortar el plano Π anterior con el plano z-1=0
c) determinar las ecuaciones paramétricas de la recta s que pasa por los puntos B(1,1,2) y C(1,-1,2)
d) Encontrar la posición relativa entre las rectas r y s anteriores.
e) Hallar un punto D de la recta r que esté a la misma distancia de los puntos B y C.
(J-06)

20. Considera el triángulo que tiene por vértices los puntos A(1,1,2), B(1,0,-1) y C(1,-3,2)
a) Razona si es un triángulo rectángulo.
b) Calcula la recta r que pasa por B y es perpendicular al lado AC
c) Calcula la recta s que pasa por los puntos A y C
d) Si D es el punto de corte de las rectas r y s , calcula el módulo del vector BD

e) Calcula la longitud del lado AC (J-06)
f) Calcula el producto vectorial de los vectores AC y AB y comprueba que su módulo es igual a h.b siendo h el módulo del vector BD y b la longitud del lado AC calculados anteriormente.

21.- a) ¿Cuál es la posición relativa de las rectas siguientes:

$$r_1 \equiv \begin{cases} x=0 \\ y=2z \end{cases} \qquad r_2 \equiv \begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x+y=0 \end{cases} ?$$

b) ¿es posible encontrar la ecuación de un plano que contenga a r_1 y sea perpendicular a r_2?
c) Calcula la ecuación general de un plano Π que contiene a las dos rectas.
d) Calcula la ecuación paramétrica de una recta r_3 perpendicular a Π y tal que $d(r_1,r_3)=d(r_2,r_3)=\sqrt{105}$ S-05)

22.- Dados los puntos A(1,2,3); B(0,2,0) y C(1,0,1);
a) Prueba que no están alineados y halla la ecuación del plano Π que los contiene.
b) Ecuaciones paramétricas de la recta que es la altura del triángulo ABC correspondiente al vértice C.
c) Calcula el área del triángulo ABC
d) Calcula un punto D del plano Π que has calculado de modo que el triángulo ABD cumpla las dos condiciones siguientes:
- Sea rectángulo con el ángulo recto en el vértice A
-área ABD= área ABC (S-05)

23.- a) Calcula las ecuaciones implícitas de la recta r_1 que pasa por los puntos A=(1,2,3) y B=(2,2,3).
b) Calcula la ecuación general del plano Π que pasa por los puntos A, B y C(2,2,4)
c) ¿Cuántos planos distintos pueden formarse con los puntos A,B,C y D(1,2,4)? Justifica la respuesta.
d) Prueba que los puntos A,B,C y D anteriores forman un cuadrado y calcula su área .
(J-05)

24.- a) Calcula el ángulo formado por las rectas r_1 y r_2 siguientes

$$r_1 \equiv \frac{x}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{2} \qquad r_2 \equiv \frac{x-1}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z-3}{2}$$

b) Calcula una recta r_3 perpendicular común a las rectas anteriores en forma paramétrica. c) ¿Cuál es la ecuación general del plano que contiene a r_1 y r_2? d) Calcula la ecuación general de un plano Π_1 que esté a distancia $\sqrt{17}$ del plano Π. (J-05)

25.- Halla las ecuaciones, en forma implícita, de la recta r que pasa por el punto P=(1,2,3) y tiene por vector director v=(6,5,4). Calcula la ecuación implícita del plano Π que contiene a r y pasa por el punto (1,1,2). Calcula el área del triángulo $P_1P_2P_3$ donde P_1, P_2 y P_3 son los cortes del plano Π con los ejes X, Y, Z respectivamente. (S-04)

26.- Considera los vectores $v_1(2,1,2)$; $v_2(4,3,2)$ y $v_3(-k-1,2k+2,2)$. A) Calcula la ecuación del plano Π que tiene a v_1 y v_2 como vectores directores y que pasa por el punto (0,0,0).
B) Calcula, si es posible, un valor de k tal que v_3 sea simultáneamente ortogonal a v_1 y v_2. Justifica la respuesta. C) Calcula, si es posible, un valor de k tal que exista un vector w perpendicular simultáneamente a v_1, v_2, v_3. Justifica la respuesta. (S-04)

27.- Considera la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-5} = \frac{z+3}{4}$ y el plano Π: 2x+4y+4z=0
a) Justifica que recta y plano son paralelos.
b) Calcula la distancia entre ambos.
c) Calcula la ecuación implícita del plano Π_1 perpendicular a Π y contiene a r. (J-04)

28.- Se considera la recta $r: \begin{cases} x+2y=7 \\ y+2z=4 \end{cases}$ y el punto P(1,2,3).
A) Calcula la ecuación paramétrica del plano Π perpendicular a r que contiene a P.
B) Considera la recta $s \equiv \begin{cases} x=1 \\ y=2+\alpha \\ z=3+2\alpha \end{cases}$ ¿Cuál es la posición relativa entre s y Π?
C) Calcula el punto Q de la recta s que esté más próximo a la recta r. Explícalo. (J-04)

29.- Se consideran los puntos P(2,1,-1), Q(1,4,1) y R(1,3,1).
a) Comprueba que P, Q y R no están alineados y calcula el área del triángulo que determinan.
b) Calcula la ecuación del plano Π que contiene a los 3 puntos P, Q y R.
c) Calcula la ecuación de la recta que pasa por A(1,1,-1) y es perpendicular al plano Π. (S-03)

30.- Considera el segmento AB de extremos A=(5,3,1) y B=(4,2,-1).
a) Calcula las ecuaciones de los 3 planos (paralelos entre sí) siguientes:
- Plano Π_1: pasa por A y es perpendicular al segmento AB.
- Plano Π_2: pasa por B y es perpendicular al segmento AB
- Plano Π_3: es perpendicular al segmento AB y lo divide en dos trozos iguales.
b) ¿Cuál es la distancia entre Π_1 y Π_3? ¿Cuál es la distancia entre Π_1 y Π_2? Justifica las respuestas. (S-03)

31.- Considera la recta r de ecuación $r \equiv \begin{cases} x-y=0 \\ x+y-z=0 \end{cases}$ y el punto P(1,2,-1).

a) Halla la ecuación del plano que contiene a P y es perpendicular a la recta r.
b) Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano que has hallado en el apartado anterior y los ejes coordenados. (J-03)

32.- Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} 4x+2y-z=9 \\ x-y+2z=0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x+y-z=0 \\ ax-2y=-2 \end{cases}$

a) Calcular un valor de a para que las rectas sean paralelas.
b) Para el valor de a que hayas obtenido calcula la ecuación del plano Π que contiene a las dos rectas r y s. (J-03)

33.- Se consideran los puntos A(4,0,-1) y B(1,0,0). Se pide:
a) Ecuación de la recta r determinada por los puntos A y B y de la recta t paralela a r por el punto (1,1,1).
b) Ecuación del plano Π que contiene a las rectas r y t.
c) Determinar algún punto C del plano Π de forma que los puntos A,B,C formen un triángulo rectángulo con el ángulo recto en C. (S-02)

34 - Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x-2y=1 \\ 2y-z=0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x+2y+z=7 \\ y+2z=5 \end{cases}$. Se pide:

a) Probar que r y s están en un mismo plano Π.
b) Determinar la posición de la recta t x=y+1=- z-2 respecto del plano Π y respecto de la recta s.
c) Ecuación de la recta paralela a r que se corta con s y con t. (S-02)

35.- Dadas las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} x+2y=2 \\ x=-2z \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x=-y \\ y=z+1 \end{cases}$, se pide:

a) Coordenadas del punto P en que se cortan y ecuación del plano que las contiene.
b) Ecuación de la recta s que pasa por el punto Q= (2,0,1) y corta perpendicularmente a r_1
c) Coordenadas del punto R, intersección de r_1 y s, y área del triángulo de vértices P, Q, R (J-02)

36.-Se considera el plano Π - x+2y+z+1=0, la recta $r \equiv \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{2} = z-3$ y el punto A(1,0,2). a) Obtener la ecuación del plano $Π_1$ que pasa por A, es paralelo a la recta r y es perpendicular al plano Π. b) Determinar, si es posible, un plano perpendicular a Π que pase por A y no sea paralelo a r.

37.-Se considera la recta $r \equiv \begin{cases} x+2y-9=0 \\ y+z-3=0 \end{cases}$ y el punto P (2,1,2). a) Determinar la ecuación del plano perpendicular a r por P. b) Entre todas las rectas del espacio que pasan por P y son ortogonales a r, determinar una recta s que no corte a r. c) Hallar el punto de s que esté más próximo a la recta r. (S-01)

38.- Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} 4x+2y-z=9 \\ x-y+2z=0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x+y-z=0 \\ ax-2y=-2 \end{cases}$ determinar un valor de a para que las rectas sean paralelas y otro para que se crucen. Con el valor de a para el cual son paralelas, calcular: a) Ecuación del plano ÿ que contiene a r y s. b) El punto del plano Π que esté más próximo al origen de coordenadas. (S-01)

39.-Se considera la recta $r \equiv \begin{cases} x+2z=3 \\ y+4z=5 \end{cases}$ y el plano Π: 3x-y+2z=1. Se pide : a) Comprobar que r y Π son paralelos. b) Calcular la distancia entre r y Π. c) Determinar dos rectas distintas que estén contenidas en Π y sean paralelas a r.

40.-Dados el plano Π: 2x+y-z+1=0 y la recta $r \equiv \begin{cases} x-y=0 \\ y-z=-3 \end{cases}$ se pide:

a) Halla el punto P intersección de r y Π y el punto Q en el que la recta r corta al eje OZ.

b) Halla el punto R simétrico de Q respecto de Π y la recta simétrica de r respecto de Π

c) Área del triángulo de vértices P,Q,R.

(J-01)

41.- Un cuadrado tiene 2 vértices consecutivos en los puntos P(2,1,3) y Q(1,3,1) y los otros 2 sobre una recta r que pasa por el punto R(-4,7,-6). Se pide: a) Ecuación de la recta r y del plano que contiene al cuadrado. b) Calcular los otros 2 vértices del cuadrado y la longitud de su diagonal. (S-00)

42.-Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x-ay=1 \\ y-z=1 \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x-2y-z=0 \\ x+y+z=8 \end{cases}$ Probar que para ningún valor de a pueden ser paralelas y averiguar el único valor de a para el que se cortan. b) Para este valor de a se pide : i) Calcular el punto P intersección de r y s y la ecuación del plano Π que las contiene. ii) Determinar la ecuación de la recta t que está contenida en Π y es perpendicular a r en el punto P. iii) Escribir la ecuación de otras 2 rectas que sean perpendiculares a r por el punto P. (S-00)

43.- Dada la recta $r \equiv \begin{cases} 3x-y+z=0 \\ x-y=1 \end{cases}$, se pide:

A) Determinar la ecuación de la recta s que pasa por el punto P(2, -1, 0) y corta perpendicularmente a r.

B) Calcular el punto Q intersección de r y s y el simétrico de P respecto de r.

C) Obtener una recta paralela a s que se cruce con r. (J-00)

44.-Se considera la recta $r \equiv \begin{cases} 2x-y=1 \\ x-y+2z=-1 \end{cases}$, se pide: a) De todos los planos que se pueden representar por una ecuación de la forma 5x+my-2z+1=0, probar que hay un único plano Π que es paralelo a r. Comprobar si el plano Π obtenido contiene o no a r y, en caso negativo, determinar el plano Π_1 paralelo a Π y que contiene a r. b) Obtén la ecuación de una recta contenida en Π_1 que sea perpendicular a r. ¿Cuántas hay? (J-00)