

### BLOQUE III. ANÁLISIS.

#### PROBLEMAS SELECTIVIDAD (PAU) CANTABRIA 2000-2014

#### I.E.S. LA MARINA. CURSO 2014/2015. MATEMÁTICAS II.

##### OPCIÓN EXAMEN N°1

2. Considera la función  $f(x) = \begin{cases} \text{sen}(x) & \text{si } x \in [-2\pi, 0) \\ x^2 - 2x & \text{si } x \in [0, 3] \end{cases}$

- (1 PUNTO) Estudia si la función  $f$  es derivable en  $x=0$
- (1,5 PUNTOS) Calcula los puntos de corte con los ejes. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f$ . Dibuja su gráfica.
- (1 PUNTO) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función  $f$ , el eje de abscisas ( $y=0$ ) y las rectas verticales  $x=0$  y  $x=3$  (Junio 2014)

##### OPCIÓN EXAMEN N°2

2.

- (2 PUNTOS) Halla tres números no negativos que sumen 14, tales que uno sea el doble de otro y que la suma de los cuadrados de los tres sea mínima.
- (1,5 PUNTOS) Considera la función  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definida por  $f(x) = \frac{x}{e^x}$ . Justifica si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas.
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$
  - La función  $f$  tiene un máximo relativo en  $x=1$  (Junio 2014)

##### OPCIÓN EXAMEN N°1

2.

- (2 PUNTOS) Se quiere vallar una finca rectangular que está junto a un camino. La valla del lado del camino cuesta 125 euros el metro, y la de los otros tres lados cuesta 25 euros el metro. Hallar el área del terreno de mayor superficie que podemos vallar con 3000 euros.
- (1,5 PUNTOS) Halla las tangentes a la gráfica de la función  $f(x) = \frac{2x}{x-1}$  que son paralelas a la recta  $2x+y=0$  (Septiembre 2014)

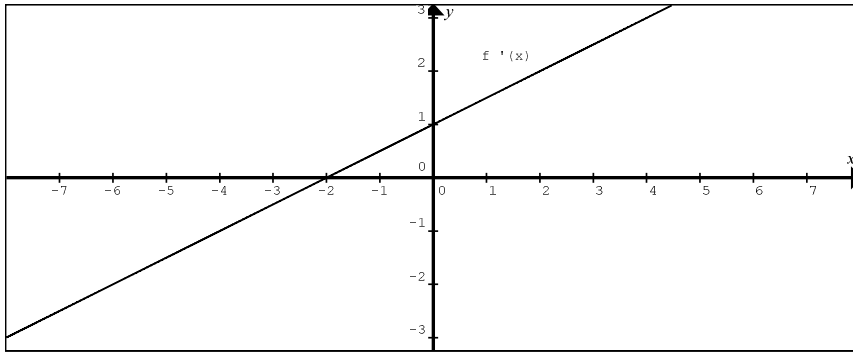
##### OPCIÓN EXAMEN N°2

2.

- Considera la función  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definida por

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 0 \\ x \text{sen}(x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- (1 PUNTO) Estudia la derivabilidad de  $g$
  - (1,5 PUNTOS) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función, el eje de abscisas ( $y=0$ ) y las rectas  $x=-1$  y  $x=\frac{\pi}{2}$
- (1 PUNTO) La gráfica adjunta corresponde a la función derivada  $f'$  de una función  $f$ . Estudia el crecimiento y decrecimiento de  $f$  y di si tiene un máximo o un mínimo.



(Septiembre 2014)

OPCIÓN EXAMEN N°1

- ( 2 PUNTOS) De entre todos los rectángulos de perímetro 16 cm determina las dimensiones del rectángulo que tiene la diagonal menor. Calcula la longitud de dicha diagonal.
- ( 1,5 PUNTOS) Calcula el valor de  $a \in R, a > 0$ , para que el área de la región plana encerrada entre la parábola  $y = x^2$  y la recta  $y = a$  sea igual a  $4/3$  unidades de superficie. ( Junio 2013 )

OPCIÓN EXAMEN N°2

- ( 1,5 PUNTOS) Considera la función  $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x^2-4}$ . Halla los valores de  $a, b$  y  $c$  para que la gráfica de la función  $f$  tenga como asíntota horizontal la recta  $y = -1$  y un mínimo en  $(0, 1)$ .
- ( 1 PUNTO ) Estudia la función  $g(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$  es derivable en  $x = 0$ .
- ( 1 PUNTO) ¿Cuántos puntos de inflexión puede tener como máximo una función polinómica de grado cuatro? ( Junio 2013)

OPCIÓN EXAMEN N°1

Considera la función  $f: R \rightarrow R$  definida por  $f(x) = 1 - \frac{3x}{x^2-4}$ .

- ( 1,25 PUNTOS) Determina el dominio de definición de la función  $f$ . Calcula los puntos de corte con los ejes y las asíntotas de  $f$ .
- ( 1 PUNTO ) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f$ .
- ( 1,25 PUNTOS) Halla los puntos de inflexión de  $f$ . Esboza la gráfica de la función. ( Sept. 2013 )

OPCIÓN EXAMEN N°2

Considera la función:  $f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(x^2)}{x} & \text{si } x > 0 \\ x^2 - 2x + a & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

- ( 1,5 PUNTOS) Calcula el valor de  $a$  para que la función  $f$  sea continua en todo  $R$ .
- ( 1 PUNTO) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $f$  en el punto de abscisa  $x = -1$ .
- ( 1 PUNTO ) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función  $f$ , el eje de abscisas ( $y = 0$ ) y las rectas verticales  $x = -1$  y  $x = 0$ . ( Sept. 2013 )

### OPCIÓN EXAMEN N°1

Considera la función  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

- (1,75 PUNTOS) Encuentra los valores de  $a, b$  y  $c$  de forma que la gráfica de la función  $f$  pase por el punto  $(0,1)$  y las rectas tangentes a la gráfica de  $f$  en los puntos de abscisa  $x=0$  y  $x=1$  sean ambas paralelas a la recta  $y = 3x+5$ .
- (1,75 PUNTOS) Para  $a > 0, b=0$  y  $c=0$ , determina la función  $f$  tal que el área de la región limitada por su gráfica, el eje  $OX$  (recta  $y=0$ ) y las rectas  $x=0$  y  $x=1$  sea igual a 3 unidades de superficie. (J-2012)

### OPCIÓN EXAMEN N°2

- (2,25 PUNTOS) De entre todos los números reales positivos  $x, y$  que suman 15, encuentra aquellos para los que el producto  $x^2 \cdot y$  sea máximo.
- (2,25 PUNTOS) Determina si la función  $f(x) = |x| - x$  es derivable en  $x = 0$  ((J-2012)

### OPCIÓN EXAMEN N°1

Considera la función:  $f(x) = |x^2 - 1|$

- (1,25 PUNTOS) Estudia la derivabilidad de la función  $f$
- (1,25 PUNTOS) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Dibuja su gráfica.
- (1 PUNTO) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de  $f$ , el eje de abscisas ( $y=0$ ) y las rectas verticales  $x = -1$  y  $x=1$  (S-2012)

### OPCIÓN EXAMEN N°2

- Considera la función  $g(x) = \frac{ax^2+b}{x-1}$  definida para  $x \neq 1$ 
  - (1,25 PUNTOS) Calcula los valores de  $a$  y  $b$  para que la gráfica de  $g$  pase por el punto  $(2,2)$  y tenga una asíntota oblicua de pendiente 1
  - (1,25 PUNTOS) Para  $a=1$  y  $b=1$ , calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $g$  en el punto de abscisa  $x = -1$ .
- (1 PUNTO) Determina si la función  $f(x) = x \cdot |x|$  es derivable en  $x = 0$ . (S-2012)

### OPCIÓN EXAMEN N°1

- (1,75 PUNTOS) Determina los valores de  $a$  y  $b$  para que la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - x - a}{b \operatorname{sen}(x^2)} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad \text{sea continua en } x = 0$$

- b) (1,75 PUNTOS) Determina la función  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  que verifica:  
 $g(0) = 1$ ,  $g'(0) = 3$  y  $g''(x) = (2+x)e^x + 2$  para todo  $x \in \mathbb{R}$  (J-2011)

OPCIÓN EXAMEN N°2

- a) (1,25 PUNTOS) Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función derivable en todos los puntos tal que  $f(2) = 0$  y  $f'(2) = -3$ . Considera la función  
 $h(x) = e^{f(x)} + x \cdot \cos(f(x)) + (f(x))^2$ . Calcula razonadamente  $h'(x)$ .
- b) (1,25 PUNTOS). Determina si la función  $g(x) = \frac{1}{1+|x|}$  es derivable en  $x = 0$ .
- c) (1 PUNTO) Justifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si consideras que es falsa, pon un ejemplo ilustrativo.  
 “Si  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función con  $f'(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$  entonces la función  $f$  no es continua” (J-2011)

OPCIÓN EXAMEN N°1

Considera la función:  $f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x}$ .

- a) (1,25 PUNTOS). Calcula el dominio y las asíntotas de la función  $f$ .
- b) (1,25 PUNTOS). Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f$ . Dibuja su gráfica.
- c) (1 PUNTO) Calcula la integral  $\int f(x) dx$ . (S-2011)

OPCIÓN EXAMEN N°2

Considera la función:  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ -bx^2 + x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- a) (2 PUNTOS). Calcula el valor de los parámetros  $a$  y  $b$  para que la función  $f$  sea continua y derivable para todo  $x \in \mathbb{R}$ .
- b) (1,5 PUNTOS). Para dichos valores de  $a$  y  $b$ , determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f$  y sus extremos relativos. (S-2011)

1.- a) Determina una función verificando las condiciones siguientes:  $h(0) = 0$ ,  $h'(0) = 9$  y  $h''(x) = -6x$  para todo  $x$  de  $\mathbb{R}$ . (1 punto).

b) Razona si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En el caso de que consideres que es falsa pon un ejemplo ilustrativo:

I) Si una función  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es continua y creciente, entonces es derivable en todo  $\mathbb{R}$ . (1,25 puntos).

II) La recta  $y = mx + 2$  es tangente a la función  $g(x) = 2mx^2 - x + 4$  en  $x = 1$  para cualquier valor del parámetro  $m$ . (1,25 puntos) (J-2010)

2.- Considera la función  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ 2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ .

- i) Determina si es derivable en  $x = 0$  (1 punto). ii) Estudia el crecimiento y haz la gráfica (1,25 puntos). iii) Calcula el área determinada por la gráfica de  $f$ , el eje de abscisas ( $y = 0$ ) y las rectas verticales  $x = -3$  y  $x = 2$ . (J-2010)

3.- Se desea cortar una alfombra rectangular para un pasillo teniendo en cuenta que sus bordes se rematarán con dos tipos de cintas: una, que cuesta 32 euros por metro, se usará en los laterales, a lo largo del pasillo, y otra, que cuesta 50 euros por metro, se empleará para los otros dos bordes. i) Determina la función que permite obtener el coste del remate que bordea la alfombra a partir de las longitudes de ésta. (1 punto).  
 ii) Calcula las dimensiones que debe tener una alfombra de  $1 \text{ m}^2$  de superficie para que el remate que la bordea sea lo más económico posible. Justifica que la solución calculada es la más económica. (2 puntos). iii) Halla el coste del remate para las dimensiones obtenidas en el apartado anterior (0,5 puntos) (S-2010)

4.- Considera la función:  $h(x) = \frac{27}{x} + ax + b$ . i) Calcula a y b para que la gráfica pase por el (1,0) y en ese punto tenga un mínimo local (1,5 puntos). ii) Para  $a=3$  y  $b=2$  estudia la continuidad, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y las asíntotas de la función. (2 puntos) (S-2010)

5.- Considera la función  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < -1 \\ \frac{-1}{x} & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

i) Determina si la función es continua en los puntos  $x=-1$  y  $x=0$  ii) En el intervalo  $(-1,0)$  estudia si  $f$  crece o decrece, su curvatura y si tiene asíntotas. iii) Razona si la función es derivable en  $x=-1$  y dibuja su gráfica para  $x \in [-2,0]$ . (J-2009)

6.- Considera la función  $g(x) = x^3 + px^2 + q$ . i) Determina p y q sabiendo que, en  $x=2$ ,  $g$  alcanza su valor mínimo: 3. ii) Halla una función  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  que sea una primitiva de  $f(x)=x$  y que su gráfica pase por el punto (1,2). iii) Justifica si es verdadera o falsa la afirmación siguiente: Una función polinómica de 2º grado no tiene puntos de inflexión. Si la consideras falsa pon un ejemplo ilustrativo. (J-2009)

7.-Una caldera tiene forma de prisma recto de base cuadrada y un volumen de  $768 \text{ m}^3$ . Se sabe que la pérdida de calor a través de las paredes laterales es de 100 unidades por  $\text{m}^2$ , mientras que a través del techo es de 300 unidades por  $\text{m}^2$ . La pérdida por el suelo es tan pequeña que puede considerarse nula. Calcula las dimensiones de la caldera para que la pérdida de calor sea mínima. Justifica que el punto calculado proporciona la mínima pérdida de calor. (S-2009)

8.- El dibujo adjunto representa la gráfica de la derivada de una función  $f$  en el intervalo  $[-1,1]$

i) En el intervalo  $[-1,1]$  calcula la expresión analítica de la función  $f$  sabiendo que, además, el valor mínimo de  $\{f(x):x \in [-1,1]\}$  es 0. ii) Haz la representación gráfica de  $f$  y calcula el área comprendida entre la gráfica de la función  $f$  y la recta  $y = \frac{1}{4}$  (S-2009)

9.- Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \frac{|x|}{1+x^2}$ .

- a) Estudia su derivabilidad (calcula la derivada donde exista y justifica la no existencia de derivada donde proceda).
- b) Comprueba que tiene como eje de simetría el eje de ordenadas (función simétrica respecto a OY).
- d) Determina el punto de corte con los ejes, los intervalos de crecimiento, los puntos de inflexión y las asíntotas de  $f$ . Haz su representación gráfica. (J-08)

10.- Razona si son derivables en el punto  $x = 0$  cada una de las dos funciones siguientes:

a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

b)  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $g(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

Justifica si es verdadera o falsa cada una de las afirmaciones siguientes. Para la que consideres falsa pon un ejemplo ilustrativo. i) Si  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función tal que:  $\lim_{x \rightarrow a^-} h'(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} h'(x)$ , entonces  $h$  es derivable en  $x=a$ . ii) Si una función real es continua en un punto, entonces es derivable en ese punto. (J-08)

11.- Razona si son derivables en el cero cada una de las siguientes funciones de variable real:

a) a)  $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \\ x+3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

b) b)  $g(x) = \sqrt{x^3 + x^2}$

Justifica si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En el caso de que consideres que la afirmación es falsa, pon un ejemplo ilustrativo.

- a) Para cualquier función polinómica de segundo grado existe un punto tal que la recta tangente a la función en ese punto es una recta paralela al eje de abscisas.
- b) Si  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  verifican que  $h'(x) = g'(x)$ , entonces  $h(x) = g(x)$ . (S-08)

12.- Considera las funciones  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por:  $f(x) = x+3$  y  $g(x) = x^3 + 3x^2$

a) Dibuja la gráfica de la función  $f$ .

- b) Dibuja la gráfica de la función  $g$  en el intervalo  $[-3,1]$ , determinando previamente sus puntos de corte con los ejes y con la función  $f$ , sus extremos relativos (máximos y mínimos) y su curvatura.
- c) Calcula el área de los recintos limitados entre las gráficas de las dos funciones en el intervalo  $[-3,1]$ . (S-08)

13.- Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) & \text{si } x \leq 0 \\ bx + x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases} \text{ con } b \in \mathbb{R}$$

- a) Calcula el valor de  $b$  para que  $f$  sea derivable en  $x = 0$ .
- b) Para  $b = -2$  y el intervalo  $[-2\pi, 3]$ , determina los puntos de corte con los ejes, los extremos relativos (máximos y mínimos), la curvatura y la gráfica de la función  $f$ .
- c) Calcula el área comprendida entre la curva  $y = \operatorname{sen} x$  y la recta  $y = 0$  en el intervalo  $[-2\pi, 0]$ . (J-07)

14.- Queremos hacer un envase con tapa y forma de prisma regular con base cuadrada y cuya capacidad sea  $10.000 \text{ cm}^3$ . Sabiendo que cada  $\text{cm}^2$  del material de la base sale un 50% más caro que cada  $\text{cm}^2$  del material empleado en el resto del prisma, halla las dimensiones del envase para que su precio sea el menor posible.

(J- 2007)

15.- Un hilo de 34 metros se divide en dos trozos para hacer un cuadrado y un rectángulo. Sabiendo que la base del rectángulo mide el doble que su altura y que se usa todo el hilo en las figuras geométricas indicadas, hallar las longitudes de los dos trozos de hilo para que la suma de las áreas del cuadrado y del rectángulo sea mínima.

(S- 2007)

16.- a) Calcula la expresión analítica de una función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  que verifique las dos condiciones siguientes:

1.  $f'(x) = 2x^3 - 6x^2$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .
  2. El valor mínimo de  $\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$  es  $-12$ .
- c) Calcula los puntos de inflexión de la función  $f$  y en cada uno de ellos determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$ .
- d) Justifica en cuántos puntos corta la gráfica de  $f$  a los ejes de coordenadas.

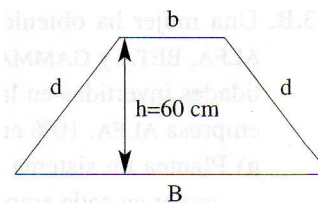
*Indicación: no es necesario calcular los puntos de corte.* (S-07)

17.- Considera la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2+1} & \text{si } x > 0 \\ ax+b & \text{si } 0 \leq x \leq 3, \text{ con } a \text{ y } b \in \mathbb{R} \\ x-5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

- a) Calcula los valores de  $a$  y  $b$  para que sea continua.
- b) Para esos valores de  $a$  y  $b$ , calcula la derivada de  $f$  donde exista. Justifica los casos en los que  $f$  no es derivable.
- c) En el intervalo  $(-\infty, 0)$  estudia la existencia de los puntos de corte con los ejes, si la función crece o decrece, la existencia de puntos de inflexión y si tiene asíntotas. Dibuja

la gráfica de la función en todo  $\mathbb{R}$ .  
(J-06)

18.- Se desea diseñar una tabla con forma de trapecio isósceles que sea de área máxima, que tenga una altura de 60 cm. y que la longitud del perímetro menos la longitud de la base mayor mida 280 cm. Determinar las longitudes de todos los lados del trapecio. (J-06)



19.- Se considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por:  $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$ .  
a) Calcula los valores de las constantes  $a$  y  $b$  para que  $f$  tenga como recta tangente en su punto de inflexión a la recta  $y = 1$ .  
b) Para esos valores de  $a$  y  $b$  dibuja la gráfica de la función, analizando previamente los intervalos de crecimiento, los puntos de corte con los ejes. La existencia de asíntotas y la curvatura.  
(S - 06)

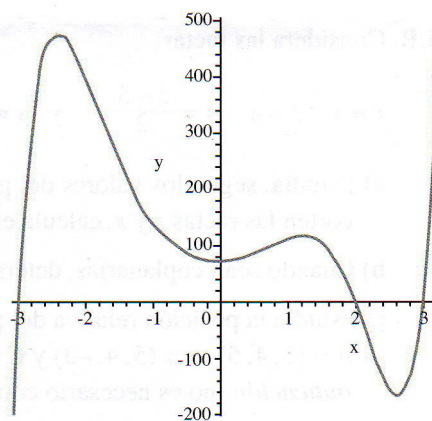
20.- El dibujo adjunto corresponde a la gráfica de una función  $f$ .

a) Haz la representación gráfica de la función  $-f$  en  $[-3, 3]$ .

b) Con los datos que tienes y sabiendo que  $f$  es derivable dos veces en todo  $\mathbb{R}$ , haz un dibujo que pueda corresponder a la función derivada  $f'$  en  $[-3, 3]$ . Explica cómo construyes ese dibujo.

c) Si  $f$  es estrictamente creciente en  $(-\infty, -3)$  y en  $(3, +\infty)$ , ¿cuántos extremos máximos y mínimos tiene  $f$ ? y ¿cuántos tiene  $-f$ ? Para responder a cada pregunta elige una y sólo una de las tres opciones siguientes y justifica tu elección:

- 1) Tiene al menos cuatro puntos extremos.
- 2) Tiene exactamente cuatro puntos extremos.
- 3) Tiene exactamente seis puntos extremos.



(S- 2006)

21.- a) Dibuja la gráfica de  $f(x) = \frac{1}{4-x^2}$ , calculando previamente el dominio, los extremos y las asíntotas. b) Halla el área delimitada por  $g(x) = x+2$  y  $h(x) = 4-x^2$   
c) Da otra expresión  $p(x)$  tal que el área comprendida entre la gráfica de  $y=p(x)$  y el eje X, entre los valores  $x=-1$ ,  $x=1$ , coincida con el área que has calculado en el apartado anterior. Justifica tu respuesta.  
(J-05)

22.- Considera la función  $f(x) = x \cdot g(x)$ . Sabiendo que  $g$  es continua, derivable y tiene un máximo en  $x=1$  y que  $f(1)g(1)=4$ , ¿tiene  $f$  un máximo en  $x=1$ ? Justifica tu respuesta.



b) Si además sabemos que  $g(x)=ax^2+bx+c$ , calcula valores  $a, b$  y  $c$  para que  $f$  tenga un mínimo en  $x=0$ . c) Para dichos valores de  $a, b$  y  $c$  realiza un esquema gráfico de la función  $y=f(x)$  (J-05)

23.- a) Sea la función  $f$  definida por  $f(x) = \begin{cases} 2ax^2 - x + 4 & \text{si } x \leq 1 \\ ax + 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ . Calcula el valor de  $a$

que hace que  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ .

b) Para el valor de  $a$  calculado haz un esquema gráfico de la función  $f$ . Calcula y señala en el gráfico los extremos de  $f$  y los puntos de corte con los ejes.

c) Para el valor de  $a$  calculado calcula el área de la región delimitada por  $f$  en el primer cuadrante.

d) Para el valor de  $a$  calculado ¿se cumple que la recta  $y = ax + 2$  es tangente a la función  $g(x) = 2ax^2 - x + 4$  en el punto  $x = 1$ ? Justifica la respuesta.

(S-05)

24.- Considera una caja de cartón de base rectangular y sin tapa superior. La longitud de unos de los lados del rectángulo de la base es 7 veces la del otro. Calcula las dimensiones que ha de tener esta caja para que su volumen sea de  $49 \text{ cm}^3$  y su fabricación sea lo más económica posible. Si el  $\text{m}^2$  de cartón cuesta 2,5 euros ¿cuánto cuesta cada caja? (S-05)

25.- Considera la función  $f(x) = x^3 + ax^2 + 5$ .

a) Calcula el valor de  $a$  para que  $f$  tenga un extremo relativo cuando  $x=2$ .

b) Para ese valor de  $a$ , calcula los extremos relativos, el crecimiento y los P.I. Haz la gráfica de  $f$ .

c) ¿Hay algún valor de  $a$  para el que  $f$  sea creciente en todo  $\mathbb{R}$ ? Explícalo. (J-04)

26.- Considera la función  $f(x) = x^2 + |x|$ .

a) Calcula los puntos de corte de la gráfica de  $f$  con los ejes.

b) Calcula los extremos relativos y el crecimiento de  $f$ .

c) Dibuja su gráfica

d) Calcula  $\int_{-1}^2 f(x) dx$  (J-04)

27.- Considera la función  $f(x) = \frac{1+x}{1-|x|}$ . Se pide: A) Dominio y cortes con los ejes. B)

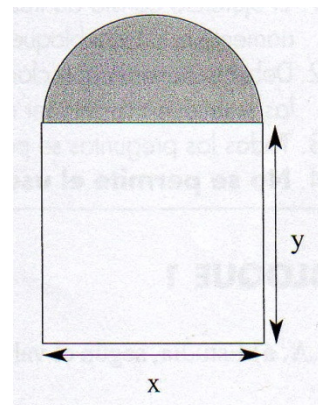
Asíntotas. C) Crecimiento. Dibuja su gráfica. (S-04)

28.- Una ventana tiene forma de un semicírculo colocado sobre un rectángulo de “ $x$ ” metros de ancho por “ $y$ ” metros de alto. El rectángulo es de cristal transparente, pero el semicírculo es de cristal tintado. El cristal tintado transmite la mitad de luz por unidad de área que el cristal transparente. Así, la función que nos da la cantidad de luz que pasa por la ventana es  $f(x,y) = x \cdot y +$

$\frac{\pi}{4} \left(\frac{x}{2}\right)^2$ . Sabiendo que el perímetro total de la ventana ha de ser de 2 metros,

calcula las dimensiones “ $x$ ” e “ $y$ ” de la ventana que proporcionan el máximo posible de luz. (S-04)

29- Considera la función  $f(x) = \frac{5x+8}{x^2+x+1}$ , calcula : A) Su dominio, cortes



con los ejes e intervalos de crecimiento y decrecimiento. B) Sus asíntotas. C) A partir de los datos anteriores, representa la función. (J-03)

30.- A) Calcula la expresión analítica de la función  $f$  que cumple las siguientes condiciones: i) Es un polinomio de grado 3. ii) Corta al eje OX en tres puntos que tienen por abscisas, respectivamente,  $x=2$ ,  $x=4$ ,  $x=6$ . iii) Su valor en  $x=0$  es  $f(0) = -48$   
B) Haz un esquema gráfico de la función  $f$  obtenida en el apartado anterior.  
C) Calcula el área del recinto limitado por: La gráfica de  $f$ , el eje OX, la recta de ecuación  $x=2$  y la recta de ecuación  $x=4$ . (J-03)

31.- Considera la función  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ . Calcula: A) Su dominio, cortes con los ejes e intervalos de crecimiento y decrecimiento. B) Sus asíntotas. C) A partir de los datos anteriores, representa la función. (S-03)

32.- Calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima inscrito en una circunferencia de 2 cm. de radio. (S-03)

33.- Sea  $f(x) = L\left(\frac{x^2 - 2}{2x - 1}\right)$ . Se pide: A) Dominio, cortes con los ejes y asíntotas.

B) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. C) A partir de los datos obtenidos, representar gráficamente la función. (J-02)

34.- Expresar el número 60 como suma de tres *enteros positivos* de forma que el segundo sea doble del primero y su producto sea máximo. Determinar el valor de dicho producto. (J-02)

35.- Se consideran todos los pares de números reales positivos  $x$ ,  $y$  tales que  $xy = 2002$ . Se pide: A) determinar el par  $x$ ,  $y$  cuya suma  $x + y$  es mínima y calcular el valor de dicha suma. B) Probar que entre todos los pares existentes, puede elegirse  $x$ ,  $y$  de forma que  $x + y$  sea tan grande como se quiera. (S-02)

36.- Dada la función  $f(x) = x - \sqrt{\frac{2}{x+1}}$ , se pide:

e) Dominio, cortes con los ejes e intervalos de crecimiento y decrecimiento.

f) Área del recinto limitado por la función, el eje OX y las rectas  $x = 0$ ,  $x = 3$ . (S-02)

37.- Si  $f(x) = e^{-x}(x^2 + 6x + 9)$ , se pide: A) Dominio, cortes con los ejes y asíntotas.

A) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos. C) A partir de los resultados anteriores, obtener el menor valor de  $c$  para que se cumpla  $e^{-x}(x^2 + 6x + 9) < c$ , para todo  $x > 2$ . (J-01)

38.- Se considera la función  $f(x) = \left| \operatorname{sen}(4x) - \frac{1}{2} \right|$ . Se pide:

- a) Puntos de corte con los ejes. ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo que toma la función  $f(x)$ ?
- b) Estudio de la continuidad y derivabilidad de  $f(x)$  en el intervalo  $(0, \pi)$ . (J-01)

39.- Sea  $f(x) = \frac{1-x}{1-|x|}$ . Se pide: A) Dominio y cortes con los ejes. B) Asíntotas.

C) Intervalos de crecimiento y decrecimiento y gráfica de la función. (S-01)

40.- Determinar los valores de **a** y **b** para los cuales la función  $f(x) = aL(x) + bx^2 + x$  tiene extremos relativos en los puntos  $x=1$  y  $x=2$ . Averiguar si estos extremos son máximos o mínimos. Con los valores obtenidos de **a** y **b**, calcular razonadamente el área del recinto limitado por la función, el eje OX y las rectas  $x=1$  y  $x=2$ . (S-01)