PROBLEMAS SELECTIVIDAD (PAU) CANTABRIA 1996-2014

I.E.S. LA MARINA. CURSO 2014/2015. MATEMÁTICAS II.

BLOQUE I. ÁLGEBRA

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Considera la matriz A = $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$
   a) (1 PUNTO) Calcula la matriz B = $A^2 - 2A$
   b) (1 PUNTO) Determina para qué valores de a la matriz B tiene inversa.
   c) (1,25 PUNTOS) Para a=1, calcula si es posible A^{-1} y B^{-1} (Junio 2014)
   d) OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. (3,25 PUNTOS) Considera el sistema de ecuaciones lineales:
   $\begin{cases} ax + y + az & = -2 \\ ay + z & = 0 \\ x + ay + z & = -2 \end{cases}$ a $\in R$
   Estúdialo para los distintos valores del parámetro a y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones) (Junio 2014)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Considera las matrices A= $\begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, B= $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, C= $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y D= $\begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix}$
   a) (0,75 PUNTOS) Sabiendo que se verifica A.B = 2C-D, plantea un sistema de ecuaciones lineales cuyas incógnitas son x, y, z y donde a es un parámetro.
   b) (2,5 PUNTOS) Estudia el carácter del sistema para los distintos valores del parámetro a y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones) (Septiembre 2014)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. La suma de las tres cifras de un número es 16 y la suma de la primera y tercera cifras es igual a k veces la segunda, Permutando entre sí la primera y tercera cifras se obtiene un número que supera en 198 unidades al número dado.
   a) (1 PUNTO) Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita hallar el número dado.
   b) (1,25 PUNTOS) Estudia para qué valores del parámetro k el sistema tiene solución.
   c) (1 PUNTO) Para k=1, determina el número de tres cifras que cumple las condiciones del enunciado. (Septiembre 2014)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

(3,25 PUNTOS) Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x + y + az & = -1 \\ -x + ay - z & = 2 \\ 2ax - 2y + a^2 z & = 2 \end{cases} , \ a \in R$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro a y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones) (Junio 2013)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

a) (2 PUNTOS) Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, determina la matriz B que verifica A + B = A.B.

b) (1,25 PUNTOS) Sea M una matriz cuadrada tal que det (M) = - 1 y det((-2)M) = 8. Calcula el tamaño de la matriz M. (Junio 2013)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Considera las matrices: M = $\begin{pmatrix} 2a & b & 1 \\ 3 & -2b & -2c \\ 5a & -2 & c \end{pmatrix}$ y N = $\begin{pmatrix} 3c \\ a \\ -4b \end{pmatrix}$

a) (2 PUNTOS) Determina los valores a, b y c para que se verifique la igualdad M. $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = N$.

b) (1,25 PUNTOS) Estudia el carácter del sistema de ecuaciones lineales M. $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = N$ cuando $a = 0$, $b = -1$ y $c = 2$. (Sept. 2013)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Las edades de Juan, su padre y su abuelo cumplen las siguientes condiciones: la suma de las edades de Juan, su padre y su abuelo es 182 años; el doble de la edad de Juan más la del abuelo es 100 años, y la de su padre es k veces la de Juan.

a) (1 PUNTO) Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita hallar las edades de Juan, su padre y su abuelo.

b) (1 PUNTO) Estudia para qué valores del parámetro k el sistema tiene solución. ¿ Es posible que la edad del padre de Juan sea triple que la de Juan?

c) (1,25 PUNTOS) Calcula, si es posible, las edades de cada uno para k= 2 y k = 4. (Sept. 2013)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

(3,25 PUNTOS) Considera el sistema e ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x + ay + 3z = 1 \\ x + y + (2-a)z = a \end{cases} \quad , a \in R$$

Estúdialo para los distintos valores de a y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas las soluciones). (J - 2012)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Considera las matrices:

A=$\begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$; B=$\begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 4 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; C=$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, donde a,b $\in R$

a) (0,5 PUNTOS) Determina para qué valores de $a\ y\ b$ la matriz A es regular (inversible).
b) (1,25 PUNTOS). Determina para qué valores de a y b se cumple A = A^{-1}
c) (1,5 PUNTOS) Para $a = 2\ y\ b = 2,$ determina las matrices C que verifican AC=BC. (J-2012)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Considera la matriz A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & m^2 \\ m & m & m^2 \end{pmatrix}$ con $m \in R.$

a) (1 PUNTO) Halla para qué valores del parámetro m la matriz A es regular (inversible).
b) (1,5 PUNTOS) Estudia para qué valores del parámetro m el sistema A.$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$= $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ tiene solución.
c) (0,75 PUNTOS) Para $m = 1$, calcula las soluciones del sistema dado en el apartado anterior. (S-2012)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Considera las matrices A= $\begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$; C = $\begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

a) (2,25 PUNTOS) Determina la matriz A que verifica: det (A) = - 7 y A.B = C

b) (1 PUNTO) Sean A, B, C las matrices dadas arriba y que verifican las condiciones del apartado anterior. Decide cual de las igualdades siguientes se cumplen. Justifica la respuesta:

(b-1) A = C.B^{-1} (b-2) B = $A^{-1}.C$ (b-3) A^{-1} = B. C^{-1} (S-2012)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

(3,25 PUNTOS) Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y + z = m - 1 \\ x + (m+1)y + (2m+1)z = m \\ -x - 2y + z = 2 \end{cases} ,\ m \in R$$

Estúdialo para los distintos valores el parámetro m y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones) (J-2011)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Considera las matrices:

A= $\begin{pmatrix} m-1 & 1 & 0 \\ m-1 & m+2 & 2 \\ m-1 & m+2 & m+1 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, donde m$\in R$

a) (1,25 PUNTOS) Determina para qué valores del parámetro m la matriz A es regular (inversible)
b) (1 PUNTO) Para m=1 calcula la matriz X que cumple X - $B^2 = A.B$
c) (1 PUNTO) Para m= 1, estudia si el sistema A$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$ tiene solución. En caso afirmativo calcula su solución. (J-2011)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Una heladería vende helados de una, dos y tres bolas a uno, dos y tres euros respectivamente. El viernes ha vendido 157 helados obteniendo 278 € y sabemos que el número de helados de una bola vendidos es k veces el número de helados de tres bolas.

a) (1 PUNTO) Planta un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita averiguar cuántos helados de cada tipo se ha vendido.
b) (1,25 PUNTOS) Estudia para que valores del parámetro k el sistema tiene solución.¿ Es posible que se hayan vendido el mismo número de helados de una bola que de tres bolas?
c) (1 PUNTO) Para k =3 , calcula cuántos helados de cada tipo se ha vendido. (S-2011)

OPCIÓN DE EXAMEN Nº2

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & x & x \\ y & 0 & y \\ z & y & z \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & m \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) (1 PUNTO) Determina para qué valores de x, y, z la matriz A no tiene inversa.
b) (1,25 PUNTOS) Determina para qué valores del parámetro m el sistema dado por B.A=C tiene solución.
c) (1 PUNTO) Resuelve el sistema anterior para m =1. (S-2011)

1.- (3,25 puntos). Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$\begin{cases} x+y+z=1 \\ mx+y+(m-1)z=2 \\ x+my+z=m \end{cases}$ $,m\in R$. Estúdialo para los distintos valores del parámetro m y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones). (J-10)

2.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & m & 3 \\ m & 1/3 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}, donde\, m \in R$

a) (1,25 puntos) Indica para qué valores de m la matriz es regular (inversible)

b) (1 punto) Para m>3 razona si $B = \begin{pmatrix} 0 & m & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, $es\, la\, matriz\, inversa\, de\, A$

c) (1 punto) Para m=0 determina las matices diagonales, D que cumplen AD=DA (J-10)

3.- (3,25 puntos). Considera el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} x+3y+z=5 \\ mx+2z=0 \\ my-z=m \end{cases}$ $,m\in R$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro m y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones). (S-10)

4.- Sean A una matriz 3x3, B una matriz 3x1 y no nula, O la matriz nula 3x1. Considera los dos sistemas de ecuaciones lineales siguientes: AX=B y AX=O
Razona si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En el caso de que consideres que la afirmación es falsa pon un ejemplo ilustrativo.
a)(1,25 puntos) Si la matriz A es regular (inversible), entonces el sistema AX=B es compatible determinado.
b)(2 puntos) Si el sistema AX=B es incompatible, entonces el sistema AX=O es compatible determinado. (S-10)

5.- Justifica si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En el caso de que consideres que la afirmación es falsa pon un ejemplo ilustrativo.
a) (1 punto) Si A y B son dos matrices cuadradas cualesquiera, entonces AB= BA
b) (1 punto) Si B es una matriz cuadrada, entonces $(I+B)^2=I+2B+B^2$ (siendo I la matriz identidad del mismo orden que B)
c) (1,25 puntos) La suma de matrices regulares (inversibles) es una matriz regular (J-09)

6.- De un sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas se sabe que tiene un parámetro $m \in R$ tal que:
-Si se multiplica por la primera incógnita se obtiene el resultado de restar al número 1 la suma de las otras dos incógnitas
-Si se multiplica por la segunda incógnita se obtiene el resultado de restar al parámetro m la suma de las otras dos incógnitas
-Si se multiplica por la tercera incógnita se obtiene el resultado de restar al cuadrado de m la suma de las otras dos incógnitas.
a) (1 punto) Formula el sistema de ecuaciones lineales descrito
b) (1 punto) Demuestra para qué valores de m el sistema es compatible determinado
c) (1,25 puntos) Determina para qué valores de m el sistema es compatible indeterminado y calcula todas sus soluciones. (J-09)

7.-Considera el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} x+2y+z=3 \\ x+3y+2z=5 \\ x+my+3z=7 \end{cases} \quad ,m \in R$

a) (1,25 puntos) Determina para qué valores de m el sistema tiene una única solución y calcúlala
b) (1 punto) Calcula todas las soluciones cuando el sistema sea compatible indeterminado
c) (1 punto) Modifica solamente un coeficiente de la última ecuación para que el sistema resultante sea compatible para cualquier valor de m (S-09)

8.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ m & 0 & 1 \end{pmatrix} y\, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ m & 2 \end{pmatrix}, donde\, m \in R$

a) (1 punto) Determina el rango de la matriz BA
b) (1,25 puntos) Valores de m para los que la matriz $(AB)^t$ es regular (inversible)

c) (1 punto) Para m=0 calcula una matriz X tal que $(AB)^t.X=I$, siendo I la matriz identidad (S-09)

9.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} x-y+mz=0 \\ mx+y-z=0 \\ (m+1)x+z=0 \end{cases}$, con $m \in R$.

a) Determina para qué valores de m el sistema es compatible determinado. b) Determina para qué valores de m el sistema es compatible indeterminado y calcula todas sus soluciones. c) Calcula $A^{-1}B$, siendo A la matriz de los coeficientes del sistema, $B=\begin{pmatrix} m \\ m \\ m+2 \end{pmatrix}$ y m>3.

Indicación: No se necesita calcular A^{-1} (J-08)

10.- Se desea hallar los números naturales de 3 cifras que cumplen las condiciones siguientes: i) La suma de las 3 cifras es un múltiplo de 10. ii) La suma de las dos primeras cifras es igual a la tercera. iii) El triple de la primera cifra es igual al doble de la segunda.
a) Formula un sistema de ecuaciones lineales adecuado al problema planteado.
b) Comprueba que el sistema formulado es compatible.
c) Determina el número natural de tres cifras que verifica el enunciado propuesto. (J-08)

11.- Considera la matriz: $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & m^2 \\ 1 & -1 & m^2-m \end{pmatrix}$, *donde* $m \in R$.
a) Determina para qué valores de m la matriz es singular (no inversible)
b) Calcula A^{-1} cuando A sea regular (inversible)
c) Calcula la matriz B que cumple: 3AB-A=I para m=2 (S-08)

12.- Considera el sistema de ecuaciones lineales:
$\begin{cases} x+y=1 \\ my+z=0 \\ x+(m+1)y+mz=m+1 \end{cases}$, *donde* $m \in R$
a) determina el carácter del sistema según los valores de m
b) Resuelve el sistema cuando sea compatible determinado
c) Modifica solamente un coeficiente de la tercera ecuación para que el sistema resultante sea compatible para cualquier valor de m. (S-08)

13.- Un cajero automático contiene 1.330 euros repartidos en billetes de tres tipos distintos: 10, 20 y *m* euros. En el cajero hay un total de 97 billetes y el número de billetes de 10 euros es el doble del número de billetes de 20 euros.
a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita averiguar cuántos billetes hay de cada tipo.
b) Prueba que para un $m \in \{5, 50, 100, 200, 500\}$ el sistema es compatible determinado.
c) Razona si en el cajero puede haber billetes de 100 euros. (J-07)

14.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} m & -1 & 4 \\ 3 & m & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, donde\, m \in R$.

a) Determina para qué valores de m la matriz A es regular (inversible)

b) Para m=1 resuelve el sistema de ecuaciones lineales AX=B, con $B = \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

c) Calcula $C-A^{-1}B$, siendo $C=\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ y B definida en el apartado anterior.

Indicación: No se necesita calcular A^{-1} (J-07)

15.- Considera el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} x+y+mz=1 \\ mx+(m-1)y+z=m \\ x+y+z=m+1 \end{cases}$ $, donde\, m \in R.$

a) Determina el carácter del sistema según los valores de m
b) Resuelve el sistema cuando sea compatible determinado
c) Modifica solamente un coeficiente de la última ecuación para que el sistema resultante sea compatible para cualquier valor de m (S-07)

16.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 1 & 1 & m \\ m & 0 & 1 \end{pmatrix}, donde\, m \in R$.

a) Determina para que valores de m la matriz es regular (inversible)
b) Para m=2 resuelve los sistemas de ecuaciones siguientes: $AX=e_1$, $AX=e_2$ y $AX=e_3$, siendo e_1,e_2 y e_3 las tres columnas de la matriz unidad de orden 3.

c) Calcula la matriz B que cumple $\frac{1}{3}AB-A=I$ para m=2

Indicación: Con los vectores X,Y y Z del apartado anterior puedes construir A^{-1} (S-07)

17.- Una mujer ha obtenido 4.500 euros de beneficio por invertir un total de 60.000 euros en tres empresas: ALFA, BETA y GAMMA. Se sabe que el dinero invertido en la empresa ALFA fue M veces la suma del invertido en BETA y GAMMA y que los beneficios de la inversión fueron del 5% en ALFA, 10% en BETA y 20% en GAMMA.
a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita calcular la inversión realizada por la mujer en cada empresa.
b) Prueba que para M>0 el sistema es compatible determinado
c) Calcula la solución para M=2 (J-06)

18.- Considera la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & m \end{pmatrix}$ donde $m \in R$.

a) Prueba que M es una matriz regular.

b) Para m=-1 considera el sistema de ecuaciones lineales $(M - s.I).\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ donde $s \in R$ e I es la matriz identidad de orden 3. Resuélvelo según los valores del parámetro s

c) Para m=-1 obtener los vectores v no nulos que verifican que $M^{-1}.v=r.v$ para algún número real r.

Indicación: No es necesario calcular M^{-1}, basta probar que $r\neq 0$ y $r^{-1}.\ v = M.\ v$ y utilizar el apartado anterior. (J-06)

19.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & -3 \\ 4 & 1 & m \end{pmatrix}$ donde $m \in R$

a) Determina para que valores de m es A regular (inversible)
b) Para m=1 resuelve los 3 sistemas de ecuaciones siguientes: $A.u=e_1$; $A.v=e_2$: $A.w = e_3$ siendo e_1, e_2 y e_3 las columnas de la matriz unidad I de orden 3.
c) Considera la matriz B 3x3 cuyas columnas son los vectores u,v,w anteriores. Razona si B es la matriz inversa de A con m=1 (S-06)

20.- Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifica tu respuesta. Para las afirmaciones que consideres que son falsas pon un ejemplo ilustrativo.
a) Si A y B son dos matrices cuadradas cualesquiera, entonces $(A+B).(A-B) = A^2-B^2$
b) Si A, B y C son tres matrices cuadradas que verifican A.B=A.C, entonces B=C
c) Si A es una matriz cuadrada y t es un número real que cumplen t.A= (0), entonces t=0 ó A= (0). *(0)=matriz nula* (S-06)

21.- a) Calcula el carácter del sistema de ecuaciones lineales siguiente en función del parámetro m: $s \equiv \begin{cases} mx + 2y = m \\ 3x - y = m \\ x - y + z = 4 \end{cases}$. b) Resuélvelo para m = 0. c) Sustituye la tercera ecuación de s por otra ecuación de forma que el sistema resultante sea compatible indeterminado para cualquier valor de m. (J-05)

22.- Responde si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifica tu respuesta:
a) Si A y B son 2 matrices cuadradas cualesquiera, se cumple que $(A+B)^2=A^2+B^2+2AB$
b) Si A es una matriz cuadrada que cumple $A^2=(0)$, entonces tiene que ser A=(0)
c) Si A es una matriz cuadrada cualquiera, se cumple que $(A+I)(A-I)=A^2-I$ (J-05)

23.- a) Halla el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 2-t & 1-t \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & t & 1 \end{pmatrix}$ en función del parámetro t.

b) El sistema $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ es compatible indeterminado. Calcula sus soluciones.

c) Modifica algún dato en el sistema anterior de forma que resulte compatible determinado. Justifica tu respuesta. (S-05)

24.- Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}x & y\\ z & 0\end{pmatrix}$. ¿Qué condiciones deben cumplir x, y, z para que A y B conmuten? b) Si B es una de las matrices que conmutan con A ¿En qué condiciones es B inversible? Calcula la expresión de la inversa de B en función de los parámetros que necesites (S-05)

25- El siguiente sistema $\left.\begin{array}{l}-x+y+z=1\\ 4y+3z=2\\ x+2y=1\\ x+3y+2z=1\end{array}\right\}$ es compatible y determinado. Calcula su solución. b) Considera ahora el sistema $\left.\begin{array}{l}-x+y+z=1\\ 4y+az=2\\ x+2y=1\\ x+ay+2z=1\end{array}\right\}$ i) ¿es posible encontrar valores de a para los que el sistema sea incompatible? En caso afirmativo, hállalos. ii) ¿es posible encontrar valores de a para los que el sistema sea compatible indeterminado?. En caso afirmativo, hállalos. (J-04)

26.- Sea la matriz $A=\begin{pmatrix}a & 0 & 2a\\ 0 & a & 0\\ -a & 0 & -a\end{pmatrix}$, a≠0 .Calcula A^2, A^{-1}, A^{20} y $\det(A^{19})$ (J-04)

27.- a) Calcula el determinante de la matriz $A=\begin{pmatrix}k & 0 & 0 & 1\\ 1 & k & 0 & 0\\ 0 & 1 & k & 0\\ 0 & 0 & 1 & k\end{pmatrix}$.

b) Calcula la inversa de A para el valor k=0.

c)Obtén, de forma justificada, una expresión para el determinante de la matriz de orden n que tiene la misma estructura de A, es decir

$$\begin{pmatrix}k & 0 & 0 & \dots & 0 & 1\\ 1 & k & 0 & \dots & 0 & 0\\ 0 & 1 & k & \dots & 0 & 0\\ & & & \dots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & k\end{pmatrix}$$ (S-04)

28.- Estudia, según el valor de k, el rango de la matriz A siguiente:

$$A=\begin{pmatrix} k+1 & 1 & 0 \\ 0 & k+1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$. B) Calcula, si es posible, un valor de k para que el sistema

siguiente $A.\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} k+2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ sea compatible determinado. Justifica tu respuesta.

C) Lo mismo pero para que el sistema sea compatible indeterminado. D) Lo mismo para que sea incompatible. (S-04)

29- a) Calcula los valores de m para que $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -m \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix}$ sea regular.

b) Calcula A^{-1} si m=2. (J-03)

30.- Calcula valores de m para que el sistema $\left.\begin{array}{l} x+(m-1)y-z=0 \\ (m-1)x+3y+z=m \\ y+z=1 \end{array}\right\}$ a) Tenga solución única. Calcúlala para m=0. b) Tenga infinitas soluciones. c) ¿Hay algún valor de m para el que el sistema no tenga solución? Justifícalo. (J-03)

31.-Estudia según el valor de a el sistema $\left.\begin{array}{l} ax+y+2z=1 \\ x-2y=0 \\ ax+y-z=1 \end{array}\right\}$ y resuélvelo para a=1.(S-03)

32.- Da una respuesta razonada a las siguientes cuestiones:

a) En una matriz intercambiamos dos filas ¿qué le ocurre al nuevo determinante?

b) Se sabe que detA=5 y que A es de orden 2. ¿Cuánto vale det(3A)?

c) Si detA=3, ¿cuánto vale el det A^{-1}?

d) Si es inversible de orden 3 , cuánto vale el det (AdjA)? (S-03)

33.- a) Comprobar que la matriz $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ cumple que $A^3=-A-I$ y calcular A^{-1}.

b) Si A es cualquier matriz nxn tal que $A^3=-A-I$ y se sabe que det A= m, calcular el valor del determinante de A+I en función de m. (J-02)

34.- a) Discute el siguiente sistema $\left.\begin{array}{l} x+ay+2z=3 \\ x-y-az=1 \\ 3x-ay=5 \\ 2ay+3z=2 \end{array}\right\}$ en función del parámetro *a*.

b) Si para algún valor del parámetro es compatible indeterminado, resolverlo en ese caso. (J-02)

35.- Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ b & a & 1 & -1 \\ a & -1 & a & 0 \\ -2 & -b & a & 0 \end{pmatrix}$, hallar a y b para que $A^t=-A$. Para los valores obtenidos, calcular detA, det A^t y det (3A). (S-02)

36.- Resolver la ecuación siguiente: $\begin{vmatrix} x-1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & x-1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x-1 \end{vmatrix} = 0$ (S-02)

37.- Si $A=\begin{pmatrix} a & 0 & b & 0 \\ b+1 & a & 0 & 0 \\ 0 & b+1 & 0 & a \\ 0 & 0 & a & b \end{pmatrix}$, a) probar que rango A≥2. b) Determinar un par de valores de a y b para los que rango A=3 y otro par para que rango A=4. (J-01)

38.- Sea $A=\begin{pmatrix} 7 & a & -6 \\ 3 & a & -3 \\ 3a & 2 & -5 \end{pmatrix}$, a) averiguar si existe algún valor de a de forma que $A^2-3A=-2I$. b) Si A es una matriz cuadrada tal que $A^2-3A=-2I$, probar que A tiene inversa utilizando la ecuación dada para hallarla. (J-01)

39 a) Discute el siguiente sistema $\left.\begin{array}{l} x-y+3z=1 \\ 3x+ay+3z=7 \\ 2x+y+az=6 \end{array}\right\}$ en función del parámetro *a*.

b) Si para algún valor de *a* es compatible indeterminado, resolverlo en ese caso. (S-01)

40.- Si las matrices $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ tienen rangos 1 y 2 respectivamente, explicar qué valores pueden tener los rangos de las matrices

$$C=\begin{pmatrix} a & b & 0 & 0 \\ c & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & y \\ 0 & 0 & z & w \end{pmatrix};\ D=\begin{pmatrix} a & b & 0 & 0 \\ c & d & 0 & 0 \\ x & y & 0 & 0 \\ z & w & 0 & 0 \end{pmatrix}\ y\ E=\begin{pmatrix} a & b & 0 & 0 \\ c & d & 0 & 0 \\ x & 0 & y & 0 \\ z & 0 & w & 0 \end{pmatrix}$$ (S-01)

41.- Se considera la función $f(x)=\begin{vmatrix} a & b & -2a & 3b \\ -1 & x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & x & 0 \\ 0 & 0 & -1 & x \end{vmatrix}$. Si f(0)=-3 y f(1)=f(-1), determinar a y b. (J-00)

42.- Si la matriz $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ tiene determinante n, calcula el valor de los determinantes de las matrices $B=\begin{pmatrix} 6d & 4e & 2f \\ 3g & 2h & i \\ 9a & 6b & 3c \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} d+f & e & f+e \\ a+c & b & c+b \\ g+i & h & i+h \end{pmatrix}$ (J-00)

43.- Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$. Comprobar que el determinante de A.B es siempre 0 y que pueden elegirse valores a,b,c,d,e,f de forma que el determinante B.A sea distinto de 0. (S-00)

44.- Resolver la ecuación siguiente: $\begin{vmatrix} x^2 & a & a & a \\ a & x^2 & a & a \\ a & a & x^2 & a \\ a & a & a & x^2 \end{vmatrix}=0$ (S-00)

45.- Resolver la ecuación siguiente: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & -1 & 3 & 2 \\ x^2 & 1 & 9 & 4 \\ x^3 & -1 & 27 & 8 \end{vmatrix}=0$ (J-99)

46.- Las matrices A y B son 3x12 pero, algunas líneas se han borrado. ¿Puedes decir algo sobre los valores posibles de sus rangos? Si C es la matriz cuyas columnas son las

24 columnas de A y B, ¿cuál es el rango de C?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 3 & -1 & 0\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -7 & 5 & -2\ldots\ldots\ldots\ldots \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3\ldots\ldots\ldots \\ 3 & 0 & 1\ldots\ldots\ldots \\ 5 & 4 & 0\ldots\ldots \end{pmatrix} \qquad \text{(J-99)}$$

47.-a) Si A es regular de orden n y existe una matriz B tal que AB+BA=0, probar que $BA^{-1}+A^{-1}B=0$.

b) Si $A=\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, hallar B, no nula, tal que AB+BA=0. (S-99)

48.- a) Resuelve el sistema $S \equiv \begin{cases} 3x-2y+z=5 \\ 2x-3y+z=4 \end{cases}$.

b) Añade a S una ecuación de la forma x+y=a y discute el sistema obtenido según los valores de a.

c) Añade una ecuación a S de modo que se obtenga un sistema compatible determinado de solución (2,-1,-3). (S-99)

49.- Una docena de huevos, una bolsa de patatas y una botella de aceite valen 600 ptas. Una docena de huevos y 2 botellas de aceite valen 650 y una bolsa de patatas y una botella de aceite cuestan 350 ptas. Calcula el precio de cada cosa. (J-98)

50.- Discutir según los valores del parámetro y resolver: $\left.\begin{array}{l} 3x-ay+2z=a-1 \\ 2x-5y+3z=1 \\ x+3y-(a-1)z=0 \end{array}\right\}$ (J-98)

51.- Resolver la ecuación siguiente: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & x \\ 2 & 3 & x & 1 \\ 3 & x & 1 & 2 \\ x & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$ (S-98)

52.- Discutir según los valores del parámetro y resolver: $\left.\begin{array}{l} 3x+(a^2+1)y+z=1 \\ 2x+6y-2z=3a \\ x+y+z=-1 \end{array}\right\}$ (S-98)

53.- Encontrar, si existe, un valor de a para que el rango de A sea 2 y para que sea 3.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 & 2a \\ a^2 & -1 & 2 & 1 \\ 8 & -1 & a+1 & 2a-2 \end{pmatrix} \qquad \text{(J-97)}$$

54.- Discutir según los valores del parámetro y resolver cuando sea posible:

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y+2z=2 \\ 2x+y+z=1 \\ 2x+a^2y+z=a \end{array}\right\} \qquad \text{(J-97)}$$

55.- Discutir según los valores del parámetro y resolver cuando sea posible:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+2z=a \\ x+2y+az=1 \\ x+ay+2z=1 \end{array}\right\} \qquad \text{(S-97)}$$

56.- Resolver la ecuación siguiente: $\begin{vmatrix} x & a & b & c \\ a & x & b & c \\ a & b & x & c \\ a & b & c & x \end{vmatrix} = 0$ (S-97)

57- Sean a,b,c tres números distintos de 0 y M la matriz dada por $M = \begin{pmatrix} a & b & o \\ 0 & b & c \\ a & 0 & c \end{pmatrix}$.

a) Demostrar que tiene inversa y calcularla.

b) Resolver el sistema $M\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ expresando las soluciones en función de a,b,c.

c) Estudiar si existen valores de a,b y c para que el punto (1,1,1) sea solución del sistema. (J-96)

58.- Discutir según los valores del parámetro y resolver cuando sea posible:

$$\left.\begin{array}{l} 2y+kz=K \\ (k-2)x+y+3z=0 \\ (k-1)y=1-k \end{array}\right\} \qquad \text{(J-96)}$$

59.- Resolver la ecuación siguiente: $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1+x \end{vmatrix} = x+3$ (S-96)

60.- Encontrar, si existe, un valor de a para que el rango de A sea 2.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & a-1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & a^2 & -1 \\ 3 & 3 & 8 & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{(S-96)}$$