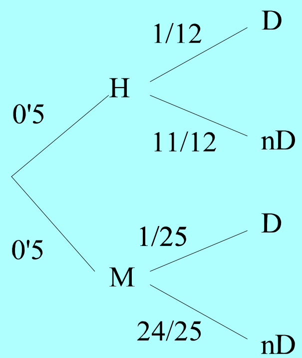
Opción 1.b

Se sabe que en cierta población, la probabilidad de ser hombre daltónico es un doceavo y la probabilidad de ser mujer daltónica es un veinticincoavo. La proporción de personas de ambos sexos es la misma. Se elige una persona al azar.

1.- Si la persona elegida es hombre, hallar la probabilidad de que sea daltónico.
2.- Si la persona elegida es mujer, hallar la probabilidad de que sea daltónica.
3.- ¿Cuál es la probabilidad de que la persona elegida padezca daltonismo?.
4.-(+) Si una persona elegida al azar resulta no ser daltónica, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?.

SOLUCIÓN:

Del diagrama de árbol adjunto se obtiene:



a.- $p(D/H)=\dfrac{p(H\cap D)}{p(H)}=\dfrac{0'5\cdot\frac{1}{12}}{0'5}=\dfrac{1}{12}$

b.- $p(D/M)=\dfrac{p(M\cap D)}{p(M)}=\dfrac{0'5\cdot\frac{1}{25}}{0'5}=\dfrac{1}{25}$

c.- *p(D) = p(H) p(D/H) + p(M) p(D/M) =*

$$=0'5\cdot\frac{1}{12}+0'5\cdot\frac{1}{25}=0'06$$

d.- Aplicando la fórmula de Bayes, tendremos:

$$p(H/nD)=\frac{p(H)\cdot p(nD/H)}{p(H)\cdot p(nD/H)+p(M)\cdot p(nD/M)}=\frac{0'5\cdot\frac{11}{12}}{1-p(D)}=0'49$$

Opción 2.a

Se sabe que el cociente intelectual de los alumnos de una universidad se distribuye según una ley normal de media 100 y varianza 729.

1º.- Hallar la probabilidad de que una muestra de 81 alumnos tenga un cociente intelectual medio inferior a 109.

2º.- Hallar la probabilidad de que una muestra de 36 alumnos tenga un cociente intelectual medio superior a 109.

3º(+).- Elegida una muestra de 225 alumnos, determinar al nivel de confianza del 97%, el intervalo en que se encontrará la media muestral.

SOLUCIÓN:

La población viene caracterizada por la normal $N(100, \sqrt{729}) = N(100, 27)$

La distribución muestral de medias seguirá también una normal caracterizada por: $N(100, \frac{27}{\sqrt{n}})$

siendo n el tamaño de la muestra.

1.-En consecuencia, $P(\overline{X} < 109) = p(z \leq \frac{109-100}{\frac{27}{\sqrt{81}}}) = p(z \leq 3) = 0'9987$

2.- $P(\overline{X} > 109) = p(z \geq \frac{109-100}{\frac{27}{\sqrt{36}}}) = 1 - p(z \leq 2) = 1 - 0'9772 = 0'0228$

3.- El intervalo de confianza vendrá dado por: $\left(100 - z_c \frac{27}{\sqrt{225}}, 100 + z_c \frac{27}{\sqrt{225}}\right)$ siendo z_c el valor crítico para el nivel de confianza del 97%, de donde: $p(z \leq z_c) = \frac{1+0'97}{2} = 0'985$

luego .z_c = 2'17 y el intervalo será: (96'1, 103'9)

Opción 2.b

En una muestra aleatoria de 1000 personas, el 65% están a favor de que el Ministerio de Educación suprima los exámenes de selectividad.

a. Halla el intervalo de confianza al nivel del 99% en que se encontrará la proporción favorable de la población.
b. Sabemos que una encuesta realizada una año antes daba un porcentaje del 68% favorable. a la supresión, ¿cae este valor dentro del intervalo de confianza anterior?. ¿Qué

conclusiones se obtienen respecto a la evolución de la opinión sobre este tema?

c. Si la empresa encuestadora quiere un error máximo de 0'025 en la estimación de la proporción favorable con el mismo nivel de confianza, ¿de qué tamaño debería tomar la muestra?.

SOLUCIÓN:

Tenemos p = 0'65, q = 0'35. La distribución muestral de proporciones seguirá una normal $N(\mu_p, \sigma_p)$ donde $\mu_p = p = 0'65$ y $\sigma_p = \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} = \sqrt{\frac{0'65 \cdot 0'35}{1000}} = 0'015$

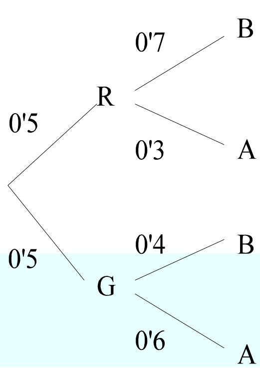
a) El intervalo de confianza viene dado por $(\mu_p - z_c \cdot \sigma_p, \mu_p + z_c \cdot \sigma_p)$ El valor crítico al 90% vendrá dado por $p(z \leq z_c) = \frac{1 + 0'99}{2} = 0'995$ de donde $z_c = 2'58$. Luego el intervalo de confianza al 99% será: (0'6113, 06887).

b) El valor 68% cae dentro del intervalo, por ello, se puede concluir que la opinión sobre el tema no ha cambiado sustancialmente desde hace un año.

c) El error viene dado por $E = \frac{z_c \cdot \sqrt{p \cdot q}}{\sqrt{n}} \leq 0'025$ Despejando n de la anterior ecuación, se obtiene: $n \geq \frac{z_c^2 \cdot p \cdot q}{0'025^2} = \frac{2'58^2 \cdot 0'65 \cdot 0'35}{0'025^2} = 2423$

Opción 3.a

En cierta floristería recibieron cantidades iguales de rosas y gladiolos, cuyo color es blanco o amarillo. El 60% de los gladiolos son de color amarillo, mientras que el 70% de las rosas son de color blanco.



a Si elegimos una rosa, ¿qué probabilidad tenemos de que sea de color amarillo?.

b Si cogemos dos gladiolos ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?.

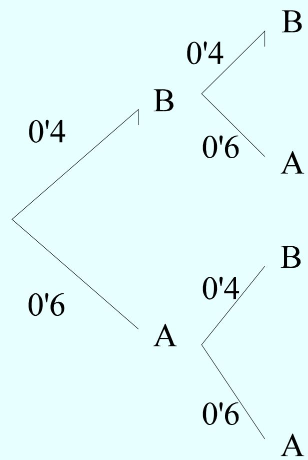
c ¿Qué proporción de flores son de color blanco?.

SOLUCIÓN:

a) Del diagrama de árbol de la ilustración tenemos:

$$p(A/R)=\frac{p(A\cap R)}{p(R)}=\frac{0'5\cdot 0'3}{0'5}=0'3$$

b) Del diagrama de la siguiente ilustración se obtiene la siguiente información: sea D el suceso “coger dos gladiolos de colores distintos”. Se tiene:



D = {BA, AB} de donde:

p(D) = p(AB)+p(BA) = 0'4 0'6 + 0'6 0'4 = 0'48

c) Del primer diagrama se obtiene:

p(B) = p(R) p(B/R) + p(G)p(B/G) = 0'5 0'7 + 0'5 0'4 = 0'55

Opción 3b

Una muestra aleatoria de 100 alumnos que se presenta a las pruebas de selectividad, revela que la media de edad es de 18'1 años.

(a).- Halla un intervalo de confianza de 90%, para la edad media de todos los alumnos que se presentan a las pruebas, sabiendo que la desviación típica de la población es 0'4.
(b+).- Calcula el tamaño de la muestra que hemos de tomar si queremos establecer un intervalo de confianza para la media de la población con error menor que 0'2 años al nivel de confianza de 97%.

SOLUCIÓN:

Utilizando $\bar{x}=18'1$ como estimador puntual de la media de la población, tendremos una distribución muestral de medias que se aproximará a una normal $N(18'1,\frac{0'4}{\sqrt{100}})$.

a) El intervalo buscado vendrá dado por: $\left(18'1-z_c\frac{0'4}{\sqrt{100}},18'1+z_c\frac{0'4}{\sqrt{100}}\right)$ donde para hallar el valor crítico partiremos de $p(z\le z_c)=\frac{1+0'90}{2}=0'95$ de donde z_c = 1'645.

Luego el intervalo será: (18'1-1'645.0'04, 18'1+1'645.0'04) = (18'03, 18'17).

b) El error viene dado por $E = z_c \frac{0'4}{\sqrt{n}} < 0'2$ (*), donde para calcular z_c, tendremos

$p(z \leq z_c) = \frac{1+0'97}{2} = 0'985$ de donde: $z_c = 2'17$.

Despejando n de (*), tendremos: $n > \left(\frac{2'17 \cdot 0'4}{0'2} \right)^2 = 18'85$

Luego n > 19