Prueba 1ª

1º.- (Cantabria, septiembre, 2004) Las estaturas, en centímetros, de los alumnos de un curso de ESO es una población normal N(170, 10). Se eligen grupos al azar de 11 alumnos.
Se pide:
a) Determinar un intervalo de confianza en el que estén comprendidos el 95% de las estaturas medias de los alumnos que forman los grupos elegidos al azar.
b) Si se han obtenido, con un nivel de confianza de 95%, el intervalo: (168,04; 171,96), ¿cuál es el número de alumnos que forman los grupos?

2º.- (Cantabria, septiembre, 2004) Sabiendo que la función $f(x) = x^2 + ax + b$ tiene un mínimo en $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$. Calcular el área encerrada por la función f(x) y la recta *y =1*.

3º.- Discute el siguiente sistema matricial $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ k & k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ k \\ 0 \end{pmatrix} z = \begin{pmatrix} k \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ según los valores de k y resuelve el sistema para k = 1 y para k = -1.

Prueba 2ª

1º.- En una urna hay 2 bolas blancas y 1 negra. Si se considera el siguiente experimento aleatorio: "Se extrae una bola al azar. Se observa su color y se devuelve a la urna", calcula la probabilidad de que en dos extracciones se obtengan:

a) 2 bolas blancas.

b) 1 bola blanca y 1 negra.

c) 2 bolas negras.

2º.- Sea la función $f(x) = 2x^3 + bx^2 + ax - 5$

a) Hallar los valores de *a* y *b* de forma que f tenga un máximo en x = 1 y un mínimo en x = 2.

b) Hallar el área de la región limitada por la gráfica de *f(x)* y el eje OX entre x = 0 y x = 3.

3º.- (Cantabria, junio 1997) Un determinado inversor dispone de un capital C que invierte en tres productos financieros: a, b y c. Se desea saber cuál es el interés de a, cuál el de b y cuál el de c, sabiendo que:

Si invierte el 25% en a, el 45% en b y el resto en c obtiene una rentabilidad del 4'6 %.

Si invierte el 50% en a, el 40% en c y el resto en b obtiene una rentabilidad del 4'8 %.

Si invierte exclusivamente y a partes iguales en b y en c obtiene una rentabilidad del 6'5%.

Se pide:

1.- Plantear el sistema de ecuaciones correspondiente.

2.- Resolverlo.

Prueba 3ª

1º.- Una confitería es famosa por sus dos especialidades en tartas: la tarta Imperial y la tarta de Lima.

La tarta Imperial requiere para su elaboración medio kilo de azúcar y 8 huevos, y tiene un precio de venta de 1200 pta. La tarta de Lima necesita 1 kilo de azúcar y 8 huevos, y tiene un precio de venta de 1500 pta.

Debido a una mala previsión, se encuentran con la imposibilidad de realizar pedidos de huevos y de azúcar y les quedan en el almacén 10 kilos de azúcar y 120 huevos para la preparación de las citadas tartas.

a) ¿Qué combinaciones de especialidades pueden hacer?. Plantear el problema y representar gráficamente el conjunto de soluciones.

b) ¿Cuántas unidades de cada especialidad han de producirse para obtener el mayor ingreso por ventas?. ¿A cuánto asciende dicho ingreso?.

2º.- (Cantabria, Junio de 1999) Sean las funciones: $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ y $g(x) = -3x^2 + 6x$.

Determinar:

1.- Los puntos de corte con los ejes de cada función.
2.- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de cada función.
3.- Valor, o valores, de x en los que cada función tiene un extremo relativo.
4.- El área encerrada por ambas funciones.

3º.- En una piscifactoría el peso de éstas se distribuye normalmente con una media de 200 g y una desviación típica de 50.

a) Si se extrae una al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su peso no exceda 175 g?

b) Si se extrae una muestra de 36 truchas, ¿cuál es la probabilidad que el peso medio de la muestra sea superior a 230 g?

c) Si se toman muestras de 100 truchas, ¿cuál es la probabilidad de que su peso esté entre 225 y 275 g?

Prueba 4ª

1º.- a) Resolver la ecuación $\begin{vmatrix} x-1 & 0 & x+3 \\ 1 & x-2 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 1-7x$

b) Dadas las matrices A y B, calcular $\frac{A \cdot B}{2}$; $(A-B)^2$; A^{-1}

$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

2º.- (Cantabria, Junio de 1999) Una ventana tiene la forma de semicírculo montada sobre un rectángulo. El rectángulo es de cristal transparente, mientras que el semicírculo es de cristal de color que transmite la mitad de luz por unidad de área transparente. El perímetro total (exterior) de la ventana es fijo. Hallar las proporciones de la ventana que proporcionen la mayor cantidad de luz.

3º.- (Cantabria, Junio 2003) Las probabilidades de acertarle a un blanco de tres tiradores, A, B y C son, respectivamente, 1/6, 1/4 y 1/3.
Cada uno de ellos dispara una sola vez al blanco. Hallar:
a) El espacio muestral.
b) La probabilidad de que acierte uno solo.
c) La probabilidad de que al menos uno acierte.

Prueba 5ª

1º.- (Cantabria, Junio 2004) Un fabricante de coches lanza una oferta especial de dos de sus modelos, ofreciendo el modelo A a un precio de 9000 euros y el modelo B un tercio más caro. La oferta está limitada: por las existencias que son 20 coches del modelo A y 10 del B y por el deseo de vender al menos tantas unidades del modelo A como del modelo B. Por otra parte, para cubrir gastos de esta campaña, los ingresos obtenidos con ella deben ser al menos de 36000 euros.

1. ¿Cuántos coches de cada modelo deberá vender para maximizar sus ingresos?
2. ¿Cuál es el importe de la venta?

2º.- (Cantabria, septiembre 2004) La producción de cierta hortaliza en un invernadero *Q(x)* en kg depende de la temperatura *x*, en grados centígrados, según la expresión $Q(x)=\left(x+1\right)^2\left(32-x\right)$. Calcular:

a) ¿Cuál es la temperatura óptima a mantener en el invernadero para obtener la máxima producción?
b) ¿Qué producción de hortaliza se obtendrá?

3º.- (Cantabria, septiembre 2004) De una urna se hacen extracciones sucesivas del modo siguiente: se extrae una bola y, antes de la extracción siguiente, se devuelve a la urna añadiendo otra del mismo color. Inicialmente en la urna hay una bola blanca y otra negra. Hallar:
a) La probabilidad de que en la segunda extracción salga una bola blanca si en la primera ha salido negra.
b) La probabilidad de que en la segunda extracción salga una bola negra.
c) La probabilidad de que la primera bola extraída fuese blanca si en la segunda extracción ha salido una bola negra.

Prueba 6ª

1º.- (Cantabria, septiembre 2003) La edad de una madre es, en la actualidad, el triple que la de su hijo. La suma de las edades de padre, madre e hijo es 80 años. Dentro de 5 años, la suma de las edades de la madre y del hijo será 5 años más que la del padre. ¿Cuántos años tienen el padre, la madre y el hijo en la actualidad?

2º.- (Cantabria, junio 2003) Sea la función, f(x), definida del modo siguiente

$$f(x) = \begin{cases} 3 + 2x & si \quad x < 0 \\ ax^2 + bx + c & si \quad 0 \le x \end{cases}$$

Que cumple las siguientes condiciones:

- Es continua en x = 0
- Es derivable en x = 0
- El área encerrada por la gráfica de la función y las rectas: x = 0, x = 3 e y = 0 es igual a 9 unidades de superficie.

Se pide:
a) Determinar la función.
b) Determinar su máximo o mínimo si es que los tiene.

3º.- (Cantabria, septiembre 2003) Se quiere conocer la cantidad que gasta un colectivo de jóvenes en ocio al mes. Para ello se toma una muestra de 50, obteniéndose un gasto medio de 200 euros y una desviación típica de 30 euros.

Se pide hallar:
a) El intervalo de confianza para el gasto medio obtenido con un nivel de confianza del 95%.
b) Si se desea que el error sea menor que 3 euros, con un nivel de confianza del 95%, ¿cuántos jóvenes ha de tener la muestra?

Prueba 7ª

1º.- (Cantabria. Septiembre 2001) Hallar los coeficientes *a*, *b* y *c* del polinomio $x^3 + ax^2 + bx + c$ para que sea divisible por $x-3$, tenga resto -6 al dividirlo por $x-1$ y resto -4 al dividirlo por $x+1$.

2º.- (Cantabria, septiembre 2002) Sea la función $f(x) = \dfrac{x^2 + x}{x^2 + 1}$. Se pide hallar:

1. Su dominio de definición.
2. El punto o los puntos en que la función se anula.
3. Los intervalos en que la función es creciente o decreciente.
4. Los puntos en que la función alcanza un máximo o un mínimo, justificando la respuesta.
5. Ecuaciones de las asíntotas, si es que las hay.

3º.- (Cantabria, septiembre 2002) Una urna contiene 5 bolas rojas y 3 blancas. Se saca una bola al azar, se mira el color y se descarta, a continuación se introducen en la urna 2 bolas del otro color. Luego se saca de la urna una segunda bola.

Se pide hallar:
a) La probabilidad de que la segunda bola sea roja.
b) La probabilidad de que la segunda bola sea del mismo color que la descartada.
c) La probabilidad de que la primera sea roja sabiendo que la segunda lo es.

Prueba 8ª

1º.- (Cantabria, septiembre 2002) De un número de tres cifras se conoce que la suma de éstas es 13. Si se intercambian las cifras de las unidades y de las centenas, el número disminuye en 198, y si se intercambian las de las unidades y decenas, el número aumenta en 36.
Se pide: encontrar el número.

2º.- (Cantabria. Septiembre de 1999) Dada una función f(x), definida en todo R, se sabe:

a) Su gráfica es simétrica respecto al eje OY,
b) para valores de x $ 0 está definida del siguiente modo:

$$f(x) = \begin{cases} x & si & x \in [0,5) \\ 2x-5 & si & x \in [5,10) \\ -3x & si & x \in [10,+\infty) \end{cases}$$

Se pide:

1.- Estudiar su continuidad en todo R.
2.- Estudiar su derivabilidad en todo R.
3.- Área encerrada por la gráfica de la función, el eje OX y las rectas x = -10 y x = 10
4.- ¿Tendría sentido el ejercicio si en vez de decirnos que la función está definida en todo R y que su gráfica es simétrica respecto al eje OY nos dijesen que la función está definida para R^+U0 y que su gráfica es simétrica respecto al eje OX?. Comente brevemente la respuesta.

3º.- (Cantabria, septiembre 2001) En un almacén al comprobar los pesos de los paquetes de un determinado artículo se conoce que la desviación típica es de 50 gramos. Se quiere estimar el peso medio, p, con error de 10 gramos, para lo cual se realizan 100 pesadas.
1. ¿Con qué nivel de confianza se podrá dar el intervalo (p - 10, p + 10)?
2. ¿Cuál es el número de pesadas que se deberán realizar para que, con un 99% de confianza, el error de la estimación no exceda los 10 gramos?

Prueba 9ª

1º.- (Cantabria, septiembre 1996) Una empresa fabrica dos productos A y B. Se sabe que la producción de B no supera en 1000 unidades a la de A; además la producción de ambos no supera las 5000 unidades, y del producto B se elaboran, como mínimo, 2000 unidades. El coste de la elaboración de A es un tercio mayor que el de B. ¿Cuántas unidades ha de elaborar de cada producto si se desea que el coste sea mínimo?. Para responder a estas cuestiones:

1 Expresar mediante inecuaciones el recinto definido.

2. Dar la función objetivo.

3. Determinar el número de unidades que elabora en cada caso.

2º.- (Cantabria, Junio 2000) Se considera la función $y = \dfrac{5x^2 + 8x - 3}{3x^2 + 2}$

Determinar:

a) Su dominio de definición.

b) Los puntos, o el punto, en que la función se anula.

c) Los intervalos en los que la función es creciente o decreciente, así como aquellos puntos en los que alcanza un máximo o un mínimo.

d) Ecuaciones de las asíntotas, si es que las hay.

3º.- Disponemos de 3 dados cúbicos de colores. El primero tiene 4 caras verdes y dos rojas, el segundo tiene 5 caras verdes y una roja, y el tercero tiene todas las caras rojas. Para elegir el dado coloreado, se lanza antes un dado normal numerado del 1 al 6. Si sale 1 o 2, elegimos el primer dado, si sale 3, 4 o 5, elegimos el segundo dado, y si sale un 6, elegimos el tercer dado.

a) Determina el espacio muestral del experimento consistente en lanzar el dado normal y luego el coloreado correspondiente.

b) Calcula la probabilidad de obtener color verde.

c) Calcula la probabilidad de haber jugado con el dado con todas las caras rojas, sabiendo que hemos obtenido color rojo.

Prueba 10ª

1º.- (Cantabria, junio 2000) Se considera el siguiente sistema de dos ecuaciones:

$$\begin{cases} n^2x+ny & = & -1 \\ \left(3n^2-2n\right)x-y & = & 6n+1 \end{cases}$$

a) Estudiar el sistema en función del parámetro n.
b) En aquellos en que sea posible, resolverlo.

2º.- (Cantabria, septiembre 2000) Se define la función $\left|f(x)\right|$ del modo siguiente:

$$\left|f(x)\right| = \begin{cases} f(x) & si & f(x)>0 \\ 0 & si & f(x)=0 \\ -f(x) & si & f(x)<0 \end{cases}$$

Si tenemos la función *y* = # x^2 - *4*#, definida en el intervalo [-5, 5], se pide:

1.- Su dominio de definición.
2.- Los puntos, o el punto, en los que la función se anula.
3.- Los intervalos en los que la función es creciente o decreciente, así como aquellos puntos en los que alcanza un máximo o un mínimo.
4.- Área encerrada por la función, el eje OX, y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

3º.- (Cantabria, septiembre 1996) 900 cigarrillos son sacados de una cadena de producción y se observa que 45 de ellos son defectuosos.
1. Estimar la proporción de defectuosos.
2. Hallar el intervalo de confianza del 90 % de la proporción de defectuosos.
3. Hallar el intervalo de confianza del 95 % de la proporción de defectuosos.