**Examen de Matemáticas aplicadas a las CCSS.**
**I.E.S. Santa Cruz de Bezana. Abril 2004. Bloque 3: Probabilidades**

Alumno(a):

## MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

**INDICACIONES AL ALUMNO**

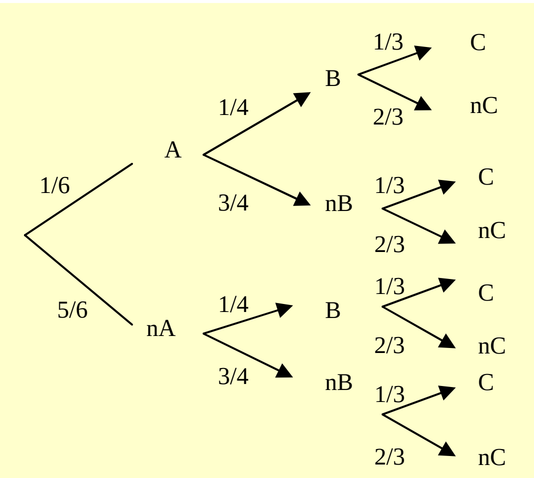
El examen consta de tres Bloques. Cada bloque tiene dos opciones a y b. El alumno ha de resolver los tres bloques, permitiéndosele elegir en cada bloque una de las dos opciones. Cada bloque que resuelva lo identificará según los ejemplos: si resuelve del bloque 3 la opción b, la parte correspondiente a este ejercicio estará encabezada por la siguiente expresión: bloque 3-b; si resuelve del bloque 1 la opción a, la parte correspondiente a este ejercicio estará encabezada por la siguiente expresión: bloque 1-a. El orden de resolución de los bloques es a elección del alumno. Los dos primeros bloques se valoran hasta 3.5 y el tercero hasta 3.

**BLOQUE 1** (3,5 puntos)

### Opción 1-a

Las probabilidades de acertarle a un blanco de tres tiradores, A, B y C son, respectivamente, 1/6, 1/4 y 1/3.
Cada uno de ellos dispara una sola vez al blanco. Hallar:
a) El espacio muestral.
b) Las probabilidades de que acierte uno solo.
d) La probabilidad de que al menos uno acierto.

**SOLUCIÓN**




Sea A la probabilidad de que acierte el tirador A y nA la de que no acierte. Análogamente para B y C.

Formamos un diagrama de probabilidades como el que se muestra al margen.

a) De él obtenemos el espacio muestral que será:

E = {(A B C), (A B nC), (A nB C), ( A nB nC), (nA B C), (nA B nC), (nA nB C), (nA nB nC)}

b) Las probabilidades de que acierte uno solo vendrán dadas por:

p = p( A nB nC) + p(nA B nC) + p(nA nB C)

Es decir:

$$p=\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{31}{72}$$

c) La probabilidad de tener algún acierto es la probabilidad del suceso complementario “no tener ningún acierto”. Como p(“no tener ningún acierto”) = p(nA nB nC), tendremos:

$$p=1-p(nA\,nB\,nC)=1-\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{7}{12}$$

### Opción 1-b

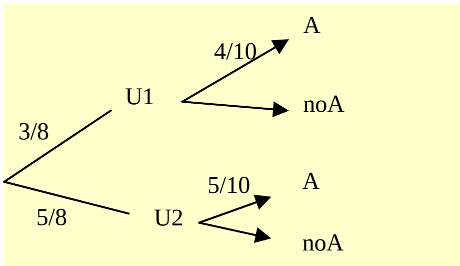
Se tienen dos urnas U1 y U2 cuyo contenido en bolas rojas, azules y verdes es: en la urna U1, 4 bolas azules, 3 bolas rojas y 3 verdes; en la urna U2, 4 rojas, 5 azules y 1 verde.

Se lanzan tres monedas y si se obtienen exactamente dos caras se extrae una bola de la urna U1, en otro caso se extrae de la urna U2.

Se pide:
1) Hacer un diagrama para el experimento aleatorio de lanzar tres monedas.
2) Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea azul.

**SOLUCIÓN**

E = {CCC, CCX, CXC, CXX. XCC, XCX, XXC, XXX}
Los sucesos que dan exactamente dos caras al lanzar la moneda son:
{CCX, CXC, XCC}




Por lo tanto: $p(X = \text{"}sacar\ 2\ caras\text{"}) = \frac{3}{8}$ que es la probabilidad de ir a la urna $U_1$.

El suceso contrario al anterior será

$p(X = \text{"}no\ sacar\ 2\ caras\text{"}) = \frac{5}{8}$ que es la probabilidad de ir a la urna $U_2$.

Según el teorema de las probabilidades totales:

$$p(A) = p(U_1)p(A/U_1) + p(U_2)p(A/U_2)$$

Luego:

$$p(A) = \frac{3}{8}\frac{4}{10} + \frac{5}{8}\frac{5}{10} = \frac{37}{80}$$

**BLOQUE 2**. (3,5 puntos)

**Opción 2-a**

Una bolsa contiene 150 bolas lisas y 50 rugosas. Se extraen tres bolas, una a una y sin reemplazamiento. Se pide:
1.- Formar el espacio muestral y asignar la probabilidad correspondiente a cada suceso.
2.- ¿Cuál es la probabilidad de haber extraído dos bolas lisas?.
3.- ¿Cuál es la probabilidad de haber extraído, al menos, dos bolas lisas?.
4.- Si la primera extracción ha sido una bola lisa, ¿cuál es la probabilidad de haber extraído, al menos, una bola rugosa?.

**SOLUCIÓN**

a) El espacio muestral está formado por $2^3$ = 8 puntos muestrales que pueden determinarse por medio de un diagrama de probabilidades: E = {LLL, LLR, LRL, LRR, RLL, RLR, RRL, RRR}

$$p(LLL) = \frac{150}{200} \cdot \frac{149}{199} \cdot \frac{148}{198} = \frac{5513}{13134}$$

$$p(LLR) = p(LRL) = p(RLL) = \frac{150}{200} \cdot \frac{149}{199} \cdot \frac{50}{198} = \frac{3725}{26268}$$

$$p(LRR) = p(RLR) = p(RRL) = \frac{150}{200} \cdot \frac{50}{199} \cdot \frac{49}{198} = \frac{1225}{26268}$$

$$p(RRR) = \frac{50}{200} \cdot \frac{49}{199} \cdot \frac{48}{198} = \frac{98}{6567}$$

b) $p(X = 2L) = p(LLR) + p(LRL) + p(RLL) = 3 \cdot \frac{3725}{26268} = \frac{3725}{8756}$

c) $p(X \geq 2L) = p(X = 2L) + p(LLL) = \frac{3725}{8756} + \frac{5513}{13134} \approx 0{,}85$

d) $p(LLR) + p(LRL) + p(LRR) = 2 \cdot \frac{3725}{26268} + \frac{1225}{26268} = 0{,}33$

**Opción 2-b**

Se dispone de un mazo de 450 fichas de estudiantes de una escuela de idiomas. Cada estudiante cursa un solo idioma de los tres que se imparten. El número de mujeres es 3/2 del de hombres y los estudiantes de inglés representan el 80% del alumnado. El número de estudiantes de francés duplica al número de estudiantes de alemán.
Sea M el suceso "sacar una ficha de mujer" al extraer una ficha al azar del citado mazo (análogamente, sean H, I, F y A sacar hombre, inglés, francés y alemán, respectivamente).
Sabiendo que M/A es el suceso seguro y que M/F y H/F son equiprobables, determine:
a) Probabilidad de F. Probabilidad de M∩I.
b) Probabilidad de F/M.

**SOLUCIÓN**

Se construye la siguiente tabla:

| | I | F | A | |
|---|---|---|---|---|
| H | 150 (6) | 30 (5) | 0 (4) | 180 (1) |
| M | 210 (6) | 30 (5) | 30 (4) | 270 (1) |
| | 360 (2) | 60 (3) | 30 (3) | 450 |

Se rellena, en primer lugar (1), los valores del número total de mujeres y de hombres. A continuación (2) el número total de alumnos de inglés. En tercer lugar (3) el total de alumnos de francés y alemán que en total son 90 = 450 – 360.
En cuarto lugar (4), por la condición de que M/A es el suceso seguro, se rellena el número de mujeres y de hombres que estudian alemán.
En quinto lugar (5), por la condición M/F y H/F son equiprobables, completamos el número de hombres y el número de mujeres que estudia francés. Por último (6), restando se completa el número de alumnas y de alumnos de inglés.

a) $p(F) = \frac{60}{450} = \frac{2}{15}$ ; $p(M \cap I) = \frac{210}{450} = \frac{7}{15}$

b) $p(F / M) = \frac{p(F \cap M)}{p(M)} = \frac{30}{270} = \frac{1}{9}$

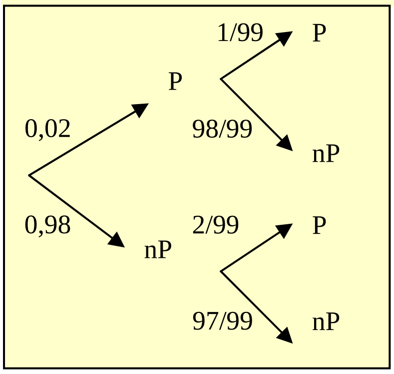
**BLOQUE 3** (3 Puntos)

**Opción 3 -a**

En una rifa hay 100 números y hemos comprado 2.
1. Si en la rifa hay un solo premio, ¿qué probabilidades tenemos de conseguirlo?
2. Si en la rifa hay dos premios:
a) ¿Qué probabilidades tenemos de conseguir al menos un premio?
b) ¿Qué probabilidad tenemos de conseguir los dos?

**SOLUCIÓN**

Si designamos por P al suceso "obtener premio" y por nP al contrario, tendremos:
1) Si hay un solo premio. p(P) = 2/100 = 0,02
2) Si hay dos premios, construimos el correspondiente diagrama de probabilidades




La probabilidad del suceso "conseguir al menos un premio" será 1 menos la probabilidad del suceso "no conseguir ningún premio" puesto que son complementarios.

Es decir: $p = 1 - p(nP\ nP)$

Como puede verse en el diagrama de probabilidades,

$$p(nP\ nP) = 0,98 \cdot \frac{97}{98}$$

De donde:

P("conseguir al menos un premio") = $1 - 0,98 \cdot \frac{97}{99} \approx 0,04$

**Opción 3 –b**

Al controlar la cantidad de un producto envasado, se eligen tres al azar de una caja que contiene 50 envases. Por término medio, sabemos que en cada caja hay 5 cuya calidad es deficiente. Determinar las probabilidades siguientes:

1º.- De que entre los tres no haya ninguno, uno o dos deficientes.
2º.- Si el primero resulta deficiente, ¿cuál es la probabilidad de que entre los tres haya uno o dos deficientes?

**SOLUCIÓN:**

Designamos por DDD al suceso "los tres sean deficientes"
1) La probabilidad que se pide viene dada por 1 - p("los tres sean deficientes").

$$p(DDD) = \frac{5}{50}\frac{4}{49}\frac{3}{48} = \frac{96}{245} = 0'0005$$

Luego la probabilidad pedida será: p = 1 - 0'0005 = 0'9995

2) La probabilidad de que los otros dos sean deficientes viene dada por: $p = \frac{4}{49}\frac{3}{48} = 0'005$

Luego la probabilidad de que entre los tres haya uno o dos deficientes vendrá dada por 1 - 0'005 = 0'995.