BLOQUE II- ANALISIS

PROBLEMAS SELECTIVIDAD (PAU) CANTABRIA 2001-2014

I.E.S. LA MARINA. CURSO 2014/2015. MATEMÁTICAS CC.SS.

OPCION DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

Dada la función f(x) = $\begin{cases} ax+6 & si\ x \leq -1 \\ bx^2-2x+1 & si -1 < x \leq 2 \\ \frac{x-5}{(x+1)^2} & si\ x > 2 \end{cases}$

A. (1,75 PUNTOS) Determinar los valores de los parámetros *a* y *b* para los cuales la función es continua en todo su dominio
B. (1,75 PUNTOS) Calcular la integral definida $\int_3^4 f(x)dx$. (Junio 2014)

OPCION DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

Dada la función f(x) = $\frac{x^2+x-5}{x-1}$, determinar:

A. (0,2 PUNTOS) El dominio de definición y los puntos de corte con los ejes.
B. (1,1 PUNTOS) Las asíntotas.
C. (1,1 PUNTOS) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos, si existen.
D. (1,1 PUNTOS) Finalmente, con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica. (Junio 2014)

OPCION DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

A. (1,75 PUNTOS) Dada la función $f(x) = \frac{x^2-x-1}{ax+b}$, determinar los valores de a y b sabiendo que su gráfica tiene n extremo relativo en el punto (-2,-5).
B. (1,75 PUNTOS) Si a=1 y b=1, determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos, si existen. (Septiembre 2014)

OPCION DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

Dada la función f(x) = $\frac{x^2+5x-14}{x^2-x-2}$

A. (1,75 PUNTOS) Estudiar su continuidad, analizando los distintos tipos de discontinuidad que existan.

B. (1,5 PUNTOS) Determinar las asíntotas de la gráfica de la función, indicando sus ecuaciones. En el caso de que existan asíntotas verticales, indicar también la posición de la curva respecto de las mismas. ((Septiembre 2014)

OPCION DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

Dada al función: $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x}$, determina :

C. (0,1+0,2 PUNTOS) El dominio de definición y el punto de corte con los ejes.
D. (0,9 PUNTOS) Las asíntotas.
E. (0,9 PUNTOS) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos si existen.
F. (0,9 PUNTOS) Finalmente, con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.
G. (0,5 PUNTOS) Calcular el área delimitada por la gráfica de f(x), el eje horizontal y la rectas x = 1 y x = 3. (J 2013)

OPCION DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

Dada al función: $f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x^2+x-6}$

A1. (1,5 puntos) Estudia su continuidad, analizando los distintos tipos de discontinuidad que existan.

A2. (0,25 PUNTOS) En aquellos puntos donde f(x) no es continua, ¿es posible definir de nuevo la función para evitar la discontinuidad? Razonar la respuesta.

B. (1,75 PUNTOS) La función f(x) = $\frac{ax^2+x-2}{x+b}$ posee un extremo relativo en x = 1 y tiene como asíntota oblicua la recta y = - 2 x + 1. Determinar los valores de los parámetros a y b. (J 2013)

OPCION DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

A. (1,75 PUNTOS) Dada la función $f(x) = \frac{ax^2+2x-4}{x-b}$, determinar los valores de a y b sabiendo que su gráfica tiene como asíntota oblicua la recta y = x + 3.
B. (1,75 PUNTOS) Dada la función $f(x) = \frac{-x^2+x-1}{x^2+1}$, determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos si existen. (S 2013)

OPCION DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

A. (1,75 PUNTOS) Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 2a & si \quad x \leq 0 \\ \frac{x-3}{(x+2)^2} & si \quad 0 < x < 4 \\ \frac{2}{x-b} & si \quad x \geq 4 \end{cases}$ determinar los valores de a y b de forma que f(x) sea continua en todo su dominio.

B. (1,75 PUNTOS) Una función f(x) tiene como primera derivada f´(x) = ax + 3. Halla el valor del parámetro a se f(x) pasa por los puntos (1 , 0) y (2, -3). Indicar también la expresión de la función f y calcular $\int_1^3 f(x)dx$.   (S 2013)

OPCION DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} ax - 3, & \text{si} \quad x \leq 1 \\ \dfrac{x^2 - 6x + 5}{x - 1}, & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

A1. [1 PUNTO] Determinar el valor del parámetro *a* para el cual, la función es continua en todo su dominio.

A2. [0,75 PUNTOS] Considerado el valor de *a* obtenido en el apartado anterior: ¿Existe la función derivada en el punto $x = 1$? ¿Y en $x = 0$? Justificar las respuestas.

B. [1,75 PUNTOS] La gráfica de la función $f(x) = \frac{ax^2+bx-4}{x-3}$ tiene como asíntota oblicua la recta $y = x$. Por tanto, ¿cuáles son los valores de *a* y *b*? ¿Existen más asíntotas? Justifica las respuestas.   (J 2012)

OPCION DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x) = \frac{(x-3)^2}{x-1}$, determinar:

A1. [0,2 PUNTOS] El dominio de definición y los puntos de corte con los ejes.

A2. [0,7 PUNTOS] Las asíntotas.

A3. [0,7 PUNTOS] Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos.

A4. [0,7 PUNTOS] Los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión.

A5. [0,7 PUNTOS] Finalmente, con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.

B. [0,5 PUNTOS] Calcular la integral $\int x(2x^2 - 5)^3 dx$ (J 2012)

OPCION DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x - 4 & si \quad x \leq 2 \\ \frac{ax}{3x^2-2} & si \ \ x > 2 \end{cases}$

A1. [1 PUNTO] Determinar el valor del parámetro *a* para el cual la función es continua en todo su dominio.

A2. [0,75 PUNTOS] Para dicho valor de *a*, calcular la integral definida $\int_3^5 f(x)dx$

B. [1,75 PUNTOS] La confitería de una pequeña localidad elabora un dulce típico, una tarta de hojaldre y crema, para venderlo durante las fiestas del pueblo. En las fiestas del año anterior fijó el precio de venta en 15 euros unidad, vendiendo así 20 tartas en total. Este año quiere bajar el precio y calcula que por cada euro menos venderá 4 tartas más. Por otro lado, la elaboración de cada tarta le supone un gasto de 6 euros. ¿A qué precio debe vender cada tarta para maximizar los beneficios obtenidos con este dulce durante las fiestas? ¿Qué beneficios se alcanzan? (S 2012)

OPCION DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 2 [3,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x) = \frac{2x^2+3}{(x+1)^2}$ determinar:

A1. [0,2 PUNTOS] El dominio de definición y los puntos de corte con los ejes.

A2. [0,7 PUNTOS] Las asíntotas.

A3. [0,7 PUNTOS] Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos.

A4. [0,7 PUNTOS] Los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión.

A5. [0,7 PUNTOS] Finalmente, con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.

B.[0,5 PUNTOS] Hallar el valor de *a* de modo que la siguiente igualdad sea cierta:

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{ax - a} = 3$$

(S 2012)

.- Dada la función $f\left(x\right)=\dfrac{-4}{\left(x-3\right)^2}$, hallar:

a) El dominio de definición y los puntos de corte con los ejes.
b) Sus asíntotas.
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus extremos relativos.
d) Finalmente, con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.
e) Calcular el área de la región limitada por la curva, el eje OX y las rectas x = 0 y x = 2.

(UC, septiembre 2011)

.- Dada la función $f(x)=\begin{cases} ax^2-3x+5 & si \quad x\le -3 \\ \dfrac{x-1}{\left(x+2\right)^2} & si \quad -3<x<0 \\ x+b & si \quad 0\le x \end{cases}$,

a) determina los valores de a y b para que f sea continua en x = -3 y en x = 0.
b) Para a = -2, calcular la integral definida $\int_{-5}^{-4} f\left(x\right)dx$.

(UC, septiembre 2011)

.- Una bombonería elabora diariamente x kilogramos de bombones. El coste diario de producción depende de dicha cantidad según la siguiente relación: $C\left(x\right)=5+22,5x$ euros.

Se estima que si se elaboran x kg diarios, un kg debe venderse a $60-0,5x^2$ euros.
Si cada día se vende toda la producción, ¿cuántos kg diarios deben elaborarse para obtener unos beneficios máximos? ¿A qué precio debe venderse el kg de bombones para obtener dichos beneficios?

(UC, septiembre 2011)

.- Dada la función $f(x)=\begin{cases} ax+5 & si \quad x\le -2 \\ x^2-2x+1 & si \quad -2<x\le 3 \\ \dfrac{x+b}{\left(x-1\right)^2} & si \quad 3<x \end{cases}$

a) Determinar los valores de a y b para los que se obtiene una función continua en todo su dominio.
b) Considerando los valores de a y b del apartado a), determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, todos los extremos relativos y la curvatura de la función.
c) Para b = 13, calcular la integral definida $\int_{4}^{6} f\left(x\right)dx$. (UC, Junio 2011)

.- Dada la función $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-2x+3}{x^2-4}$, hallar:

A1) El dominio de definición y los puntos de corte con los ejes.
A2) Sus asíntotas.
A3) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus extremos relativos.
A4) Finalmente, con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.

(UC, Junio 2011)

.- Dada la función $f\left(x\right)=\dfrac{2a+3}{\left(x-3\right)^2}$, determinar el valor de a teniendo en cuenta que una función primitiva de f, F(x), pasa por los puntos (2, 0) y (1, 2). Indicar F(x).

(UC, Junio 2011)

.- Un vendedor de electrodomésticos tiene un sueldo fijo de 900 euros y una comisión dada por la función $-0{,}007x^2+0{,}35x+20$, siendo x el número de unidades vendidas. El vendedor tiene un gasto mensual de 350 euros. ¿Cuántos electrodomésticos debe vender al mes para obtener una ganancia máxima? ¿Cuánto supone dicha ganancia?

(UC, septiembre 2010)

.- Calcular la integral: $\displaystyle\int \frac{x+2}{3x^2+12x-15}dx$ (UC, septiembre 2010)

.- Dada la función $f(x)=\begin{cases} ax^2+x-3 & si \quad -1<x<2 \\ bx+5 & si \quad 2\le x<4 \\ x^2+2x+9 & si \quad 4\le x<5 \end{cases}$, determinar a y b para que sea continua en todo su dominio. (UC, septiembre 2010)

.- Dada la función $f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+bx+2}{x-1}$, determinar los valores de a y b tales que f tiene un extremo relativo en x = 0 y un punto de inflexión en x = 2.

(UC, septiembre 2010)

.- Dada la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{-7x}{3}+5 & si \quad -3<x\le 1 \\ -x^2+ax+4 & si \quad 1<x\le 3 \\ \dfrac{bx-15}{x-1} & si \quad 3<x<6 \end{cases}$

a) Determinar los valores de a y de b para los que se obtiene una función continua en todo su dominio.
b) ¿En qué puntos de su dominio la función obtenida en el apartado anterior es derivable?
c) Para b = 1, calcular la integral definida $\int_4^5 f\left(x\right)dx$. (UC, junio 2010)

.- Dada la función $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1}$, hallar:

a) El dominio de definición.
b) Los puntos de corte con los ejes.
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus extremos relativos.
d) Los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión.
e) Sus asíntotas.
f) Finalmente, dibujar su gráfica.

.- Sabiendo que la función $f(x)=x^2+ax+b$ tiene un mínimo en $\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{4}\right)$. Calcular el área encerrada por la función f(x) y la recta y =1.

(UC, septiembre, 2004).

.- Sea la función $f(x) = 2x^3 + bx^2 + ax - 5$
a) Hallar los valores de *a* y *b* de forma que f tenga un máximo en x = 1 y un mínimo en x = 2.
b) Hallar el área de la región limitada por la gráfica de *f(x)* y el eje OX entre x = 0 y x = 3.

.- La producción de cierta hortaliza en un invernadero *Q(x)* en kg depende de la temperatura *x*, en grados centígrados, según la expresión $Q(x) = (x+1)^2 (32 - x)$. Calcular:
a) ¿Cuál es la temperatura óptima a mantener en el invernadero para obtener la máxima producción?
b) ¿Qué producción de hortaliza se obtendrá?
(Cantabria, septiembre 2004)

.- Sea la función, f(x), definida del modo siguiente

$$f(x) = \begin{cases} 3 + 2x & si \quad x < 0 \\ ax^2 + bx + c & si \quad 0 \le x \end{cases}$$

Que cumple las siguientes condiciones:

- Es continua en x = 0
- Es derivable en x = 0
- El área encerrada por la gráfica de la función y las rectas: x = 0, x = 3 e y = 0 es igual a 9 unidades de superficie.

Se pide:
a) Determinar la función.
b) Determinar su máximo o mínimo si es que los tiene. (Cantabria, junio 2003)

.- Sea la función $f(x) = \dfrac{x^2 + x}{x^2 + 1}$. Se pide hallar:
1. Su dominio de definición.
2. El punto o los puntos en que la función se anula.
3. Los intervalos en que la función es creciente o decreciente.
4. Los puntos en que la función alcanza un máximo o un mínimo, justificando la respuesta.
5. Ecuaciones de las asíntotas, si es que las hay.
(Cantabria, septiembre 2002)

.- Se define la función $|f(x)|$ del modo siguiente:

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & si \quad f(x) > 0 \\ 0 & si \quad f(x) = 0 \\ -f(x) & si \quad f(x) < 0 \end{cases}$$

Si tenemos la función $y = |x^2 - 4|$, definida en el intervalo [-5, 5], se pide:

1.- Su dominio de definición.
2.- Los puntos, o el punto, en los que la función se anula.
3.- Los intervalos en los que la función es creciente o decreciente, así como aquellos puntos en los que alcanza un máximo o un mínimo.
4.- Área encerrada por la función, el eje OX, y las rectas *x = 0* y *x = 2*.

(Cantabria, septiembre 2000)

.- Se considera la función $y = \dfrac{5x^2 + 8x - 3}{3x^2 + 2}$

Determinar:
a) Su dominio de definición.
b) Los puntos, o el punto, en que la función se anula.
c) Los intervalos en los que la función es creciente o decreciente, así como aquellos puntos en los que alcanza un máximo o un mínimo.
d) Ecuaciones de las asíntotas, si es que las hay.
(Cantabria, Junio 2000)

.- Dada una función f(x), definida en todo R, se sabe:

a) Su gráfica es simétrica respecto al eje OY,

b) para valores de x $\geq$ 0 está definida del siguiente modo:

$$f(x)=\begin{cases} x & si \quad x\in[0,5) \\ 2x-5 & si \quad x\in[5,10) \\ -3x & si \quad x\in[10,+\infty) \end{cases}$$

Se pide:

1.- Estudiar su continuidad en todo R.

2.- Estudiar su derivabilidad en todo R.

3.- Área encerrada por la gráfica de la función, el eje OX y las rectas x = -10 y x = 10

4.- ¿Tendría sentido el ejercicio si en vez de decirnos que la función está definida en todo R y que su gráfica es simétrica respecto al eje OY nos dijesen que la función está definida para R^+U 0 y que su gráfica es simétrica respecto al eje OX?. Comente brevemente la respuesta.

(Cantabria. Septiembre de 1999)

.- Una compañía un día puede producir x cientos de neumáticos de calidad A. Además por cada x cientos de neumáticos de calidad A es capaz de producir $\dfrac{50-12x}{6-x}$ cientos de neumáticos de calidad B. El beneficio que dejan los neumáticos de calidad B es la mitad del que dejan los neumáticos de calidad A. Hallar el número de cientos de neumáticos de cada tipo que resulta más rentable producir.

(Cantabria. Septiembre de 1999)

.- Sean las funciones: $f(x)=x^3-4x^2+4x$ y $g(x)=-3x^2+6x$.

Determinar:

1.- Los puntos de corte con los ejes de cada función.

2.- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de cada función.

3.- Valor, o valores, de x en los que cada función tiene un extremo relativo.

4.- El área encerrada por ambas funciones.

(Cantabria, Junio de 1999)

.- Una ventana tiene la forma de semicírculo montada sobre un rectángulo. El rectángulo es de cristal transparente, mientras que el semicírculo es de cristal de color que transmite la mitad de luz por unidad de área transparente. El perímetro total (exterior) de la ventana es fijo. Hallar las proporciones de la ventana que proporcionen la mayor cantidad de luz.

(Cantabria, Junio de 1999)

.- Dada la función

$$\begin{cases} -x^3 & si \quad x \leq -1 \\ -3x & si \quad -1 < x \leq 0 \\ 3x & si \quad 0 < x < 1 \\ x^3 & si \quad 1 \leq x \end{cases}$$

a) Estudiar su dominio de definición, continuidad, derivabilidad e intervalos de crecimiento y decrecimiento.
b) Hallar el área encerrada por las rectas x = -1, x = 1, la gráfica de la función f(x) y la gráfica de la función $g(x) = \begin{cases} -x^3 & si \quad x \leq 0 \\ x^3 & si \quad x > 0 \end{cases}$.

(Cantabria, Septiembre de 1998)

.- Disponemos de 60000 euros para vallar una parcela rectangular. La situación de la parcela es tal que está situada entre dos carreteras paralelas y por los otros lados limita con sendos propietarios particulares.
Las condiciones de la urbanización nos obligan de tal modo que la construcción de las vallas que limitan con las carreteras cuesta por metro lineal el quíntuplo de las que limitan con los otros propietarios.
El coste por metro lineal de las vallas que limitan con los otros propietarios es de 6 euros.
Determinar las dimensiones de la parcela que tenga área máxima y que podamos vallar con el dinero que disponemos.

(Cantabria, Septiembre de 1998)

.- Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2}{4-x}$. Determinar:

a) Su dominio de definición.
b) Sus asíntotas.
c) Situación de la curva en relación con sus asíntotas.
d) Máximos y mínimos.
e) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
f) Área encerrada por la curva, la asíntota correspondiente y las rectas x = k, x = 2k, siendo k el punto en el que la función tiene un máximo relativo.

(Cantabria, Junio de 1998)

.- Deseamos comprar 18 ordenadores y en el mercado hay dos tipos. Sabiendo que el beneficio que podemos obtener de su uso está dado por: El producto del número de ordenadores de un tipo que se compra por el cuadrado del número de ordenadores del otro tipo que se adquiere. Determinar el número de ordenadores de cada tipo que debemos adquirir para que el beneficio sea máximo.

(Cantabria, Junio de 1998)