12ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA
CURSO 2013-2014

Último día de entrega el viernes 21-3-14

6ª JORNADA Y ÚLTIMA. PROBLEMAS PROPUESTOS

PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.

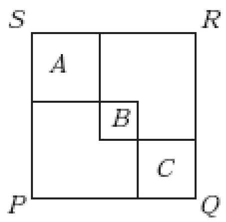
Tres jugadores convienen que el que pierda una partida pagará a los otros dos una cantidad igual a la que cada uno de ellos tenga en ese instante. Después de perder sucesivamente una partida cada uno, resulta que cada cual tiene 16 €. ¿Cuánto tenía cada uno al empezar el juego?

SOLUCIÓN:Comenzando por el final:

	Jugador 1	Jugador 2	Jugador 3
3ª Pierde Jugador 3	16	16	16
2ª Pierde Jugador 2	8	8	32
1ª Pierde Jugador 1	4	28	16
Comienzo	26	14	8

TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.

En el cuadrado que aparece en la figura, se verifica lo siguiente:



1.- El área de los cuadrados A, B y C suma 9 cm^2

2.- El área del cuadrado A es cuatro veces el área del cuadrado B.

3.- El área del cuadrado C es igual al área del cuadrado A.

Determinar el área del cuadrado PQRS.

SOLUCIÓN:

Sea *x* el área del cuadrado B. El área del cuadrado A, que coincide con la del cuadrado C, vendrá dada entonces por: *4x*

De acuerdo con la primera condición, podemos escribir la ecuación:

$4x + x + 4x = 9$ de donde obtenemos que el área *x* del cuadrado B es:

x = 1 cm^2

El área del cuadrado A y el área del cuadrado C serán de acuerdo con la segunda y tercera condición: 4 cm^2.

Si designamos el lado del cuadrado A por *a*, el lado del cuadrado B por *b* y el área del cuadrado C por *c*, tendremos: $a = c = \sqrt{4} = 2$ cm. y $b = \sqrt{1} = 1$ cm.

Observando la figura, tenemos que la longitud del lado, *l*, del cuadrado PQRS viene dada por: $l = a + b + c = 2 + 1 + 2 = 5$ cm.

De donde el área del cuadrado PQRS será: $5^2 = 25$ cm^2.

BACHILLERATO

Halla el número natural *n* que es el producto de los primos *p, q* y *r*, sabiendo que $r - q = 2p$ y $r.q + p^2 = 676.$

SOLUCIÓN:

De las condiciones: $r - q = 2p$ y $rq + p^2 = 676$ (*), se deduce: $r = 2p + q$

que sustituido en (*) da: $(2p+q)q + p^2 = 676$

Desarrollando el primer miembro se obtiene:

$$(2p+q)q + p^2 = 2pq + q^2 + p^2 = (p+q)^2$$

De donde: $(p+q)^2 = 676$ y, en consecuencia: $p + q = \sqrt{676} = 26$

De acuerdo con el enunciado han de buscarse dos números primos *p* y *q* cuya suma sea 26. Para ello podemos formar una tabla como la siguiente.

p	q	p + q	r = 2p + q	
23	3	26	49	NO
3	23	26	29	SI
19	7	26	45	NO
7	19	26	33	SI

La única combinación posible es, como puede observarse, p = 3; q = 23 y r = 29 ya que, en este caso, los tres son primos.

Luego: $n = p \cdot q \cdot r = 3 \cdot 29 \cdot 23 = 2001$

12ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA
CURSO 2013-2014
Último día de entrega el viernes 28-2-14

5ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS

PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.

Un restaurante de la playa quiere ofrecer un menú diario sin que puedan elegir sus clientes, durante los dos meses de verano. Para no tener que repetir ningún día el menú ha decidido ofrecer un 1º plato, un 2º plato y unos postres que obtendrá de la tabla adjunta.

sopa	cerdo	yogur
ensalada	cordero	helado
pasta	pollo	fruta
arroz	pescado	
	ternera	

El primer día del verano servirá sopa, cerdo y yogur y los siguientes días servirá, de cada columna, el que hay a continuación. Cuando alguna columna llegue al final, volverá a empezar la columna. Por ejemplo, el 4º día ofrecerá arroz, pescado y yogur.

a) ¿ Cuántos días hace falta que pasen para repetir un menú?
b) ¿ En qué consistirá el menú del día 49?
c) Qué día tocará comer pasta, ternera y helado?
d) ¿ Crees que es buena idea añadir salchichas a la columna de los segundos platos?

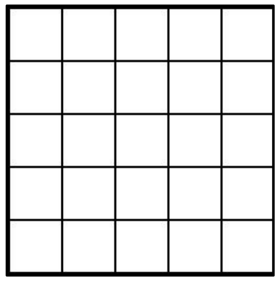
a)Los primeros platos se repiten cuando el número de días que pasa sea múltiplo de 4, los segundos cuando este número sea múltiplo de 5 y los terceros cuando este número sea múltiplo de 3. Entonces, un menú se repetirá cuando el número de días que pasa sea múltiplo de 4, 5 y 3. Así el menor de estos múltiplos comunes será al número de días que tiene que pasar para que un menú no se repita por primera vez. m.c.m (3,4,5) = **60 días**

b) Los restos de las divisiones de 49 entre 4, 5 y 3 dará el menú del día 49.
49 = 4.12 + 1 El primer plato será sopa
49 =5.9 + 4 El segundo será pescado
49= 3. 16 + 1 El postre será yogurt
c)Observamos que, si n es el número del día que toca comer pasta, ternera y helado entonces:
Pasta, n tiene que estar entre 3, 7, 11, 15, 19, 27, 31, 35, ….
Ternera, n tiene que estar entre 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ……
Helado, n tiene que estar entre 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, ….
Por lo tanto, el número que sale en las tres listas es el 35 que proporciona el día de la solución.
d)Si añadimos salchichas al segundo plato el menú se repetirá cada m.c.m.(4, 6, 3) = 12 días y disminuirá la variación en la oferta de menús diferentes. No parece una buena idea.

TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.

En una cuadricula de cinco cuadrados por lado, ¿cuántos rectángulos se pueden contar?.¿ Y si fuesen 2005 cuadrados por lado?

Para hacer el cálculo consideraremos que los cuadrados son también rectángulos. Los rectángulos que podemos contar, los diferenciaremos según la longitud de la base y la longitud de la altura, así contaremos rectángulos del tipo 1 x 1 (base 1 y altura 1); 1 x 2 (base 1 y altura 2); 2 x 1 (base 2 y altura 1); . . .



Número de rectángulos 1 x 1 = 5x5
Número de rectángulos 1 x 2 = 5 x 4
Número de rectángulos 1 x 3 = 5 x 3
Número de rectángulos 1 x 4 = 5 x2
Número de rectángulos 1 x 5 = 5 x1

Por lo tanto el número de rectángulos de base 1 será:
5x5+5x4+5x3+5x2+5x1=5(5+4+3+2+1)
Razonando de la misma manera el número de rectángulos:
de base 2 será: 4 (5+4+3+2+1); de base 3 : 3 (5+4+3+2+1)
de base 4 : 2 (5+4+3+2+1) y de base 5: (5+4+3+2+1)
El número de rectángulos totales:
5(5+4+3+2+1)+4(5+4+3+2+1)+3(5+4+3+2+1)+2(5+4+3+2+1)+(5+4+3+2+1)= (5+4+3+2+1)(5+4+3+2+1)=$(5+4+3+2+1)^2=\left(\frac{6.5}{2}\right)^2$ =225

En el caso de 2005 cuadrados de lado , el número de rectángulos será:
$\left(\frac{2005.2006}{2}\right)^2$

BACHILLERATO

¿ Cuál es el término que ocupa el lugar 50 en la sucesión 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, …?

La suma de los elementos de la segunda fila 1+2+3+……..+N se representa en la tercera fila, bajo el número N, y coincide con el lugar que ocupa el último de los N números de la sucesión de la primera fila.

1	2	2	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	
1		2			3				4					5						6							
1		3			6				10					15						21							
$1 \cdot 1$		$3 \cdot 1$			$3 \cdot 2$				$5 \cdot 2$					$5 \cdot 3$						$7 \cdot 3$							7

Las últimas tres filas se pueden presentar, prescindiendo de los lugares vacíos, así:

1	2	3	4	5	6	7	$\cdots$	$\cdots$	N
1	3	6	10	15	21	28	$\cdots$	$\cdots$	$1+2+\cdots+N$
$1 \cdot \frac{2}{2}$	$3 \cdot \frac{2}{2}$	$3 \cdot \frac{4}{2}$	$5 \cdot \frac{4}{2}$	$5 \cdot \frac{6}{2}$	$7 \cdot \frac{6}{2}$	$7 \cdot \frac{8}{2}$	$\cdots$	$\cdots$	$\frac{N(N+1)}{2}$

Por lo tanto, se trata de buscar el número N más grande tal que $\frac{N(N+1)}{2} < 500$. Entonces, el término que ocupa el lugar 500 será el número N + 1. Se puede conseguir con un tanteo o resolviendo la ecuación de segundo grado : $x^2 + x = 1000 \rightarrow x \cong 31{,}13$

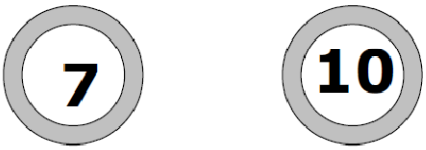
Por tanto N = 31 y **el número que ocupa el lugar 500 es el 32.**

12ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA
CURSO 2013-2014
Último día de entrega el jueves 30-1-14

4ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS

PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.

Se han tomado dos fichas de cartón y se ha escrito un número en cada una de las cuatro caras, tal como muestra la figura. Si las lanzamos al aire y sumamos los números que están a la vista, podemos obtener estos resultados: 11, 12, 16 y 17.
Averigua, de los cuatro números, los que todavía no conoces.



SOLUCIÓN: La suma de las caras visibles es 10+7=17. Al ser una de las sumas igual a 16, tenemos dos casos para estudiar:
a) Que detrás del 7 haya un 6.
b) Que detrás del 10 haya un 9.

(No puede ser que las caras ocultas sumen 16porque es incompatible con los valores de las caras visibles 7 y 10.). Luego:

Primer caso: Tenemos 7/6 y 10/? La cara oculta ha de ser 5.

7 + 5 = 12 ; 6 + 5 = 11 ; 7 + 10 = 17 ; 6 + 10 = 16

Segundo caso: Tendremos 7/? y 10/9 La cara oculta ha de ser 2.

10 + 2 = 12 ; 9 + 2 = 11 ; 10 + 7 = 17 ; 9 + 7 = 16

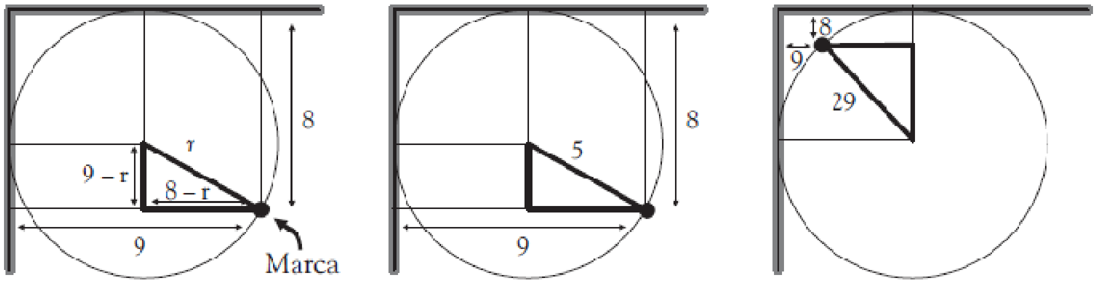
Las fichas serán 7 / 6 y 10 / 5 ó 7 / 2 y 10 / 9

TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.

Una mesa circular está arrimada a un rincón de un aula rectangular, de forma que toca en las dos paredes. En el perímetro de la mesa hay una marca que dista 8 dm de una pared y 9 dm de la otra. ¿Cuál es el diámetro de la mesa? ¿Puede haber más de una solución?

SOLUCIÓN: Si aplicamos el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de la figura izquierda, obtenemos

$$r^2 = (9-r)^2 + (8-r)^2 \iff r^2 - 34r + 145 = 0.$$



Planteamiento Solución 1 Solución 2

(Los términos 9 y 8 se pueden cambiar para determinar las diferentes posiciones de la marca sobre el perímetro y resulta la misma ecuación.)

$$r = \frac{17 \pm \sqrt{289-145}}{1} = \frac{17 \pm 12}{1} = \left\langle \begin{array}{l} 29 \\ 5. \end{array} \right.$$

El diámetro puede tener los valores 58 dm y 10 dm.

BACHILLERATO

Hemos almacenado 16 pelotas iguales en dos cajas de base rectangular tal como se muestra en las figuras adjuntas. (Fig. 1 y Fig. 2.)

a) **Calcula cuál de las dos cajas tiene la planta rectangular con más superficie.**

b) **¿Cuál es el número mínimo de pelotas que tenemos que almacenar, en dos filas igual que antes pero en cajas más alargadas, para que la superficie de la planta con la configuración de la Fig. 2 sea menor que la de la configuración de la Fig. 1?**

c) **Contesta a la pregunta del apartado (b) para cajas de tres filas? (Fig. 3 y 4)**

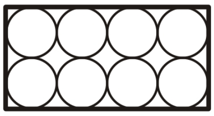


Fig. 1

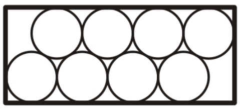


Fig. 2

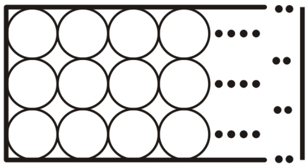


Fig. 3

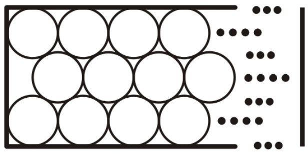
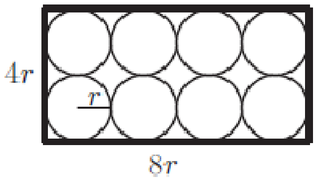
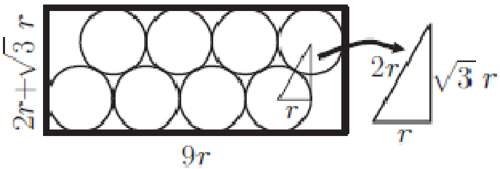


Fig. 4

SOLUCIÓN: a) $A_1 = \text{área de la figura } 1$; $A_2 = \text{área de la figura } 2$; $r = \text{radio del circulo}$





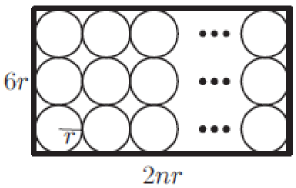
$$\begin{cases} A_1 = 8r \cdot 4r \\ A_2 = 9r \cdot (2+\sqrt{3})r \end{cases} \Longrightarrow A_2 - A_1 = \Big(9(2+\sqrt{3}) - 32\Big)r^2 = (9\sqrt{3}-14)r^2 \approx 1.588r^2 > 0.$$

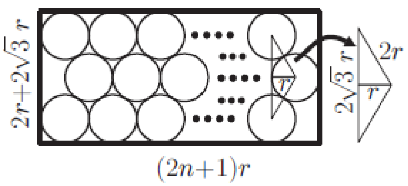
b)Sea 2n el número de pelotas almacenadas en cada caja. Entonces:

$$\begin{aligned} A_2 < A_1 \iff & (2n+1)r \cdot (2+\sqrt{3})r < 2nr \cdot 4r \iff (2n+1)(2+\sqrt{3}) < 8n \\ \iff & 2+\sqrt{3} < (8-4-2\sqrt{3})n \iff n > \frac{2+\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}} = \frac{7+4\sqrt{3}}{2} \approx 6.96. \end{aligned}$$

Por tanto n ≥ 7, el número mínimo de pelotas en cada caja es 14

c)Sea 3n el número de pelotas almacenada en cada caja. Y
:$A_3 = \text{área de la figura } 3$; $A_4 = \text{área de la figura } 4$; $r = \text{radio del circulo}$





$$\begin{aligned} A_4 < A_3 \iff & (2n+1)r \cdot (2+2\sqrt{3})r < 2nr \cdot 6r \iff (1+\sqrt{3})(2n+1) < 6n \\ \iff & 1+\sqrt{3} < (6-2-2\sqrt{3})n \iff n > \frac{1+\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}} = \frac{5+3\sqrt{3}}{2} \approx 5.10 \end{aligned}$$

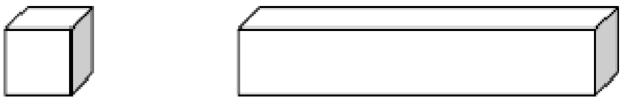
Por tanto n ≥ 6, el número mínimo de pelotas en cada caja es 18

12ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA
CURSO 2013-2014
Último día de entrega el viernes 10-1-14

3ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS

PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.

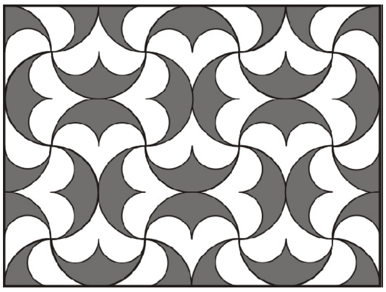
En un dado normal, la suma de los valores de caras opuestas es siempre 7. Se construye una columna de seis dados normales encolándolos por dos de sus caras. ¿Cuál es el número máximo de puntos que puede obtener sumando todos los puntos que hayan en las caras visibles de los seis dados?



SOLUCIÓN:

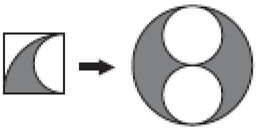
La suma de puntos de todos los dados, caras escondidas y no escondidas, es igual a
6. (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 6 . 21 = 126 puntos:
De los cuatro dados centrales se han encolado sus caras opuestas.
De este modo, pongamos como pongamos los dados, siempre habremos escondido 4 . 7 = 28 puntos. Entonces si los dos dados extremos, —posiciones 1ª y 6ª,— están encolados por las caras con menores puntos posibles, es decir, por las caras 1 y 1.
En definitiva, el mínimo de puntos que se pueden esconder son 28+2 = 30 puntos. Y el número máximo de puntos que pueden quedar visibles es igual a 126 - 30 = 96.

TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.



El lado corto del rectángulo en el mosaico bizantino adjunto mide 6 m. Calcular el área de la región sombreada. (Todos los arcos son semicírculos o cuartos de círculo)

Solución:

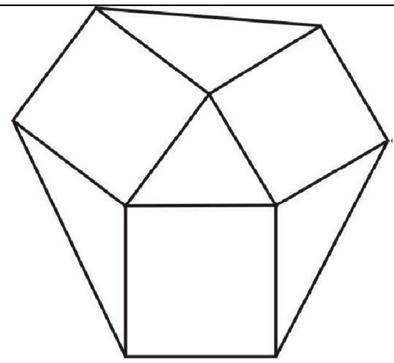


Si contamos las figuras compuestas de un cuarto de círculo con medio círculo dentro, obtendremos 48. Si las redistribuimos, podemos construir 12 círculos con dos pequeños círculos dentro.Entonces, al ser los dos radios implicados iguales a $\frac{6}{6} = 1 \ y \ \frac{1}{2}$ obtenemos:

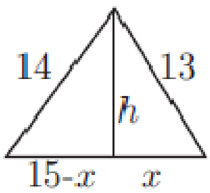
$$area = 12.\left[\pi.1^2 - 2\pi.\left(\frac{1}{2}\right)^2\right] = 12\pi\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 6\pi \ m^2$$

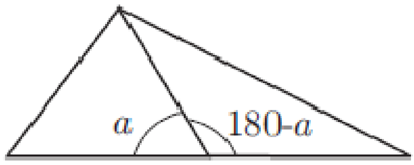
BACHILLERATO

Sobre los lados de un triángulo de lados 13, 14 y 15 cm se construyen cuadrados de lado el lado del triángulo.¿ Cuál es la superficie del hexágono resultante ?



Solución:





Calculamos primero el área del triángulo de lados 13, 14 y 15 cm. Los valor de x, h y el área salen de la resolución del sistema:

$$\left.\begin{array}{c} x^2+h^2=13^2 \\ (15-x)^2+h^2=14^2 \end{array}\right\} \rightarrow x=\frac{33}{5}\ cm\ \ y\ h=\frac{56}{5}\ \ cm\ \rightarrow\ \acute{a}rea=\frac{b.h}{2}=84\ cm^2$$

Los otros triángulos tienen la misma superficie porque tienen dos lados de la misma longitud que el triángulo central y el ángulo que forman es el suplementario. Por lo tanto, se pueden dibujar como aparece en la figura con la misma base y altura. La superficie del hexágono es: $S=4.84+\ 13^2+14^2+15^2=\ \ 926\ cm^2$

12ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA
CURSO 2013-2014

SOLUCIONES 2ª JORNADA

PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.

Un número de teléfono tiene 9 cifras. La información que disponemos es la suma de la primera cifra y de la segunda, la suma de la segunda y de la tercera, la suma de la tercera y de la cuarta, y así sucesivamente hasta la suma de la novena y de la primera. Estas sumas, sucesivamente, son: 5, 11, 17, 13, 9, 11, 7, 3 y 4. De qué número se trata, sabiendo que no está el cero.

Denominamos a_1 ; a_2 ; a_3 ; a_4 ; a_5 ; a_6 ; a_7 ; a_8 ; a_9, las nueve cifras ordenadas del teléfono y según las nueve informaciones del enunciado. $a_1 + a_2 = 5$; $a_2 + a_{3=}11$; $a_3 + a_4 = 17$; $a_4 + a_5 = 3$; $a_5 + a_6 = 9$; $a_6 + a_7 = 11$; $a_7 + a_8 = 7$; $a_8 + a_9 = 3$; $a_9 + a_1 = 4$

Si restamos y sumamos alternativamente las nueve igualdades, obtenemos : $2\ a_1 = 5 - 11 + 17 - 3 + 9 - 11 + 7 - 3 + 4 = 4$

Luego : $a_1 = 2$; $a_2 = 5 - 2 = 3$; $a_3 = 11 - 3 = 8$;

$$a_4 = 17 - 8 = 9; \quad a_5 = 13 - 9 = 4\,; a_6 = \ 9 - 4 = 5; \ a_7 = 11 - 5 = 6\,;$$

$$a_8 = 7 - 6 = 1; \ a_9 = 4 - 1 = 3$$

El número de teléfono es : 238945613

TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.
Encontrad todas las parejas de números a y b tales que su multiplicación a ×b es igual a 63.000.000 y que además no tienen ningún dígito igual a cero. Solución: 64 y 984375; 192 y 328125; 1344 y 46875 Una estrategia pasa para encontrar la descomposición factorial de 63000000. 63000000= $3^2.7.5^6.2^6$ Entonces, si separásemos los factores en dos grupos saldrían 147 posibles parejas. De estas consideraremos las que no tienen ceros. Es un procedimiento muy largo, vamos a abreviarlo: Primero eliminaremos las parejas con números acabados en cero. Para conseguirlo no pondremos nunca un 2 y un 5 como factores de un mismo número de la pareja, (2 x 5 = 10 y esto haría que acabase en 0). Cómo veremos en el cuadro de más abajo, salen números de 6 parejas candidatas de ser solución. Después eliminaremos las que tienen algún cero en los otros lugares y ya está. 1ª Pareja: $2^6 = 64 \rightarrow 3^2.7.5^6 = 984375$ 2ª Pareja: $3.2^6 = 192 \rightarrow 3.7.5^6 = 328125$ 3ª Pareja: $3^2.2^6 = 576 \rightarrow 7.5^6 = 109375$ 4ª Pareja: $7.2^6 = 448 \rightarrow 3^2.5^6 = 140625$ 5ª Pareja: $3.7.2^6 = 1344 \rightarrow 3.5^6 = 46875$ 6ª Pareja: $3^2.7.2^6 = 4032 \rightarrow 5^6 = 15625$ Descartando las parejas 3ª, 4ª y 6ª, obtenemos las soluciones 1ª, 2ª y 5ª.

BACHILLERATO

Marta tiene un cofre con muchas monedas de 2 € y muchas monedas de 1 €. Este cofre lo tiene cerrado con un candado con un código secreto de 3 cifras. Ha olvidado el código, pero recuerda que las 3 cifras son diferentes y que la 1ª cifra es el cuadrado del cociente entre la 2ª cifra y la 3ª. Lo quiere abrir porque quiere sacar 2011 € para comprar un ordenador.
a) ¿Cuál es el número máximo de combinaciones que tendrá que probar Marta para poder abrir el candado?
b) ¿De cuántas maneras diferentes podrá coger los 2011 € que necesita?

(a) Suponemos que el número secreto es abc. Entonces:

$$a = \frac{b^2}{c^2} = \left(\frac{b}{c}\right)^2, con\ a \neq 1\ por\ ser\ b \neq c\ y\ a \neq 0\ porque\ \ b \neq 0$$

Además, a tiene que ser un cuadrado perfecto más pequeño que 10, es decir, 4 ó 9. $a = 4 \rightarrow \frac{b}{c} = 2$; $a = 9 \rightarrow \frac{b}{c} = 3$

Hay 4 combinaciones posibles: a =4 ; b = 6 ; c = 3

a = 4 ; b = 2 ; c = 1

a = 9 ; b = 6 ; c = 2

a = 9 ; b= 3 ; c = 1

(b) A continuación vemos que hay 1006 maneras diferentes de obtener 2011 euros.

2011 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + · · · + 1 + 1☐ 0 monedas de 2 € y 2011 de 1 €

2011 = 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + · · · + 1 + 1 ☐ 1 moneda de 2 € y 2010 de 1 €

2011 = 2 + 2 + 1 + 1 + · · · + 1 + 1 ☐ 2 monedas de 2 € y 2007 de 1 €

. . . .

2011 = 2 + 2 + 2 + · · · + 2 + 1 ⇒ 1005 monedas de 2 € y 1 moneda de 1 €

SOLUCIONES 1ª JORNADA

PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.
Se dispone de una balanza de dos platos, pero que carece de sus correspondientes pesas: en su lugar, hay una cadena de trece eslabones, de exactamente 1 Kg cada uno.¿Cuál es el número mínimo de eslabones que será necesario separar de la cadena, para pesar mercancías comprendidas entre 1 y 13 Kg. exactos? (No se podrán pesar fragmentos: 1 ½ Kg, 6 ¾ Kg, etc.) Sólo será preciso abrir un eslabón. Así, abriendo el cuarto, desde cualquier cabo, obtenemos tres trozos de cadena: uno de un eslabón, otro de tres y otro de nueve. Y para cualquier entero entre 1 y 13 kg usaremos: - Para 1 kg: 1 eslabón - Para 2 kg: 3 eslabones en un plato y un eslabón en el plato de la mercancía. - Para 3 kg: el trozo de 3 eslabones. - Para 4 kg: 3 + 1 eslabón. - Para 5 kg : 9 eslabones en un plato y 3 +1 eslabones en el plato de la mercancía. - Para 6 kg : 3 eslabones en un plato y 3 eslabones en el plato de la mercancía. - Para 7 kg : 9 + 1 eslabones en un plato y 3 eslabones en el plato de la mercancía. - Para 8 kg : 9 eslabones en un plato y un eslabón en el plato de la mercancía. - Para 10 kg : 9 + 1 eslabones - Para 11 kg : 9 + 3 eslabones en un plato y un eslabón en el plato de la mercancía. - Para 12 kg: 9 + 3 eslabones - Para 13 kg: 9 + 3 +1 eslabones

TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.
Disponemos de una flota de camiones que pueden cargar cada uno 1200 kg. Queremos transportar a la vez un cargamento de 50 paquetes que pesan, respectivamente,150 kg, 151 kg, ..., 198 kg y 199 kg. ¿ Cuántos camiones necesitaremos?

Se necesita un mínimo de 8 camiones.
Razonamiento: Se pueden deducir lo siguiente:
a) ningún camión puede transportar 8 cajas o más, (8 x 150 = 1200).
b) cada camión puede transportar 6 cajas cualquiera, (6 x 199 = 1194 < 1200).
c) cada camión puede transportar algunos grupos de 7 cajas, (por ejemplo las más ligeras).
Entonces el transporte no se puede hacer solo con 7 camiones, dado que obligaría a un camión a llevar más de 7 cajas: (7 camiones x 7 cajas = 49 cajas).
En definitiva podemos hacer el transporte con 8 camiones:
50 cajas = 6 camiones x 6 cajas + 2 camiones x 7 cajas.
Los camiones con 7 cajas son por ejemplo los de las cajas más ligeras:
150 + 151 + 152 + 153 + 154 + 155 + 156 = 1071 < 1200
157 + 158 + 159 + 160 + 161 + 162 + 162 = 1120 < 1200
Las 36 cajas restantes las repartirían entre los 6 camiones restantes con 6 cajas por camión.
Por lo tanto la respuesta es un mínimo de 8 camiones .

BACHILLERATO

Pedro suprime un número de una lista de diez números naturales consecutivos y observa que la suma de los nuevos números que le quedan es 2008. ¿Qué número ha eliminado?

Denominamos x, x + 1, x + 2, ……, x + 9, los 10 números naturales consecutivos.

Suprimimos uno de los números, el x + k, con $0 < k < 9$. Entonces al ser la suma de los que quedan 2008, se cumple:
x + (x + 1) +.........+ (x + 9) - (x + k) = 2008 $\Rightarrow$ 9x + 45 - k = 2008 $\Rightarrow$ x = $\frac{1963+k}{9}$
Por lo tanto, 1963 + k tiene que ser múltiplo de 9. Esto se consigue si k = 8. Así que finalmente, k = 8 $\Rightarrow$ x = $\frac{1963+8}{9}$ = 219 =) x + k = 219 + 8 = $\boxed{227}$