

**10ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2011-2012**

**Último día de entrega el viernes 18-04-12**

**8ª Y ÚLTIMA JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

***PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.***

Cada miércoles el comedor escolar ofrece un plato de ensalada a los estudiantes. Los ingredientes más elegidos son tomates cherry, tiras de zanahorias y rodajas de pepino. El pasado miércoles 27 estudiantes tomaron el plato de ensalada...

- 14 pusieron zanahoria en su ensalada,
- 13 pusieron pepino,
- 16 pusieron tomate,
- 8 pusieron pepino y tomate,
- 9 pusieron tomate y zanahoria,
- 7 pusieron zanahoria y pepino,
- y 5 pusieron los tres ingredientes en sus ensaladas.

¿Cuántos estudiantes no pusieron ninguno de los tres ingredientes en su ensalada?.

¿Cuántos estudiantes no pusieron zanahoria?. Explica tus razonamientos.

***TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.***

Sea  $m = 7 + 6 \cdot 7 + 6 \cdot 7^2 + \dots + 6 \cdot 7^{2011}$ , resolver la ecuación  $x^2 = m$ .

***BACHILLERATO***

Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto de coordenadas  $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ , tiene

un punto de tangencia con la curva  $y = 2 - \frac{x^2}{2}$  y corta a la gráfica de la función

$y = \sqrt{4 - x^2}$  en dos puntos distintos.

**Con esta entrega se da fin a la décima edición de la Liga de Resolución de Problemas del IES La Marina. Tras la corrección de los problemas, se darán a conocer las puntuaciones de los participantes y los premios concedidos en cada una de las categorías.**

**10ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2011-2012**

**Último día de entrega el viernes 23-03-12**

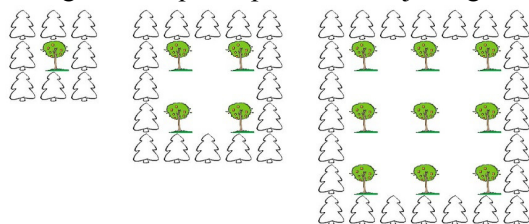
**7ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

***PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.***

El pirata Patapalo, navegando por el proceloso Mar de los Números, se acerca a la Isla Matemática. En ella habitan los números que tienen exactamente 100 cifras. Patapalo quiere encontrar en ella la “joya numérica”, es decir, el menor de los números que cumplen las siguientes condiciones: tienen 100 cifras, son divisibles por 100 y la suma de sus dígitos vale 100. Ayuda al pirata en su búsqueda.

***TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.***

Un agricultor quiere plantar naranjos siguiendo una forma cuadrada y alrededor quiere plantar abetos siguiendo un esquema como el representado en la ilustración para los casos de 1, 2 y 3 filas de naranjos.



El principal ingreso del agricultor proviene de la venta de naranjas, por lo tanto, le interesa tener más cantidad de naranjos que de abetos.

Manteniendo este esquema de huerto, ¿podrá conseguir tener más naranjos que abetos?. Justifica la respuesta.

***BACHILLERATO***

Dos estudiantes de bachillerato practican el siguiente juego matemático: por turnos, colocan números enteros en las casillas vacías de la siguiente ecuación

$$x^3 + \square x^2 + \square x + \square = 0 . \text{ Gana el juego el alumno que, tras colocar el último}$$

número entero, obtenga una ecuación que tenga tres soluciones enteras.

¿Es posible diseñar alguna estrategia para que el alumno que realiza el primer movimiento obtenga siempre la victoria?. Explica con detalle en qué consiste.

**10ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2011-2012**

**Último día de entrega el viernes 2-03-12**

**6ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

***PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.***

Sea N un número de tres cifras. Sabiendo que el producto de sus cifras es 126 y que la suma de la cifra de la unidades y la cifra de las decenas es 11, averigua cuál es la cifra de las centenas.

***TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.***

Se tienen tres conjuntos de fracciones, A, B y C, de los que se dan algunos de sus elementos.  $A = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{7}{25}, \frac{5}{8}, \frac{11}{30}, \dots \right\}$ ,  $B = \left\{ \frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{1}{9}, \frac{34}{18}, \dots \right\}$  y  $C = \left\{ \frac{7}{6}, \frac{11}{12}, \frac{7}{18}, \frac{21}{36}, \dots \right\}$ . ¿En cuáles de ellos colocarás a cada una de las siguientes fracciones:  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{15}{36}$  y  $\frac{20}{12}$ ? Justifica en qué basas tu elección.

***BACHILLERATO***

Se considera el conjunto P de los puntos de coordenadas  $(x, y)$  del plano tales que  $x$  e  $y$  son enteros. Por ejemplo,  $(-2, 1) \in P$ . Trazamos una circunferencia de diámetro 5 unidades, de forma que en su interior contenga el máximo número posible de puntos de P. Determina dicho número.

**10ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2011-2012**

**Último día de entrega el viernes 17-02-12**

**5ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

**PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.**

¿Cuál es el mayor número entero inferior a 82000 que es divisible por 6 y que dividido por 9, 14, 20 y 25 da siempre resto 6?

**TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.**

Como puedes comprobar, si al número 5 lo multiplicamos por la fracción  $\frac{5}{4}$  obtenemos el mismo resultado que si a 5 le sumamos esa misma fracción. Dado un número natural cualquiera, llamémosle  $n$ , ¿podemos encontrar siempre una fracción irreducible  $\frac{a}{b}$  tal que si multiplicamos  $n$  por esa fracción obtenemos el mismo resultado que si le sumamos esa misma fracción?. Dada una fracción irreducible  $\frac{a}{b}$  cualquiera, ¿podemos encontrar siempre un número natural  $n$  tal que si le multiplicamos por  $\frac{a}{b}$  obtenemos el mismo resultado que si le sumamos esa misma fracción?

**BACHILLERATO**

Sea  $f$  una función definida para todo número real  $x$  mediante la siguiente ley:

$$\begin{cases} f(3) = 2 \\ f(x+3) = f(x) f(3) \end{cases} \text{ Completar la siguiente tabla:}$$

$x$	6	0	-3	$\dot{3}$
$f(x)$				

(Siendo  $\dot{3}$  un múltiplo cualquiera de 3)

**10ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2011-2012**

**Último día de entrega el viernes 3-02-12**

**4ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

***PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.***

Halla el valor desconocido de la cuarta tabla basándote en la pauta que siguen las tres primeras.

3	1	1	12	2	2		1
8	4	8	1	6	4	2	3

***TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.***

Pedro entra en una tienda de confección y ve la chaqueta que le gusta marcada con un precio de 100 €. Un dependiente le dice que esa prenda pasará a la sección de rebajas al día siguiente y que la norma del establecimiento es que, cada día que pasa un artículo en la sección de rebajas, disminuye su precio un 20%. Pedro echa cuentas, y llega a la conclusión de que, con esa norma, pasados cinco días podrá volver a la tienda y llevársela gratis. Así lo hace, pero cuando vuelve observa que su precio no es de cero euros, como había pensado, sino superior a 20 € y, además, el dependiente le demuestra que se ha respetado escrupulosamente la norma del establecimiento. ¿Cuál es el precio exacto que marca la chaqueta?. ¿Si hubiera esperado algunos días más, podría haberle salido gratis?.

***BACHILLERATO***

Se dice que  $a$  es un “buen número” si para todo  $x \in \mathbb{R}$  se verifica que

$$\frac{2x^2 + 2x + 3}{x^2 + x + 1} \leq a .$$

Demuestra que 4 es un “buen número” y determina todos los “buenos números”

**10ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2011-2012**

**Último día de entrega el viernes 13-01-12**

**3ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**



***PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.***

El 24 de diciembre, además de ser Nochebuena, tiene una propiedad curiosa: es múltiplo de 12, que es el número del mes de diciembre. ¿Cuántos días hay en el año que son múltiplos de su número de mes?

***TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.***

¿A qué hora, a partir de las tres, las manecillas de un reloj están superpuestas por primera vez?.

***BACHILLERATO***

Sabemos que  $p$  y  $q$  son números primos,  $n$  y  $m$  naturales. Dado el número  $r = p^n \cdot q^m$ , determinar cuál es el número total de divisores de  $r$  y hallar la suma de los mismos.

***Feliz Navidad  
y Próspero Año Nuevo***

**10ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2011-2012**

**Último día de entrega el viernes 16-12-11**

**2ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

***PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.***

Utilizando cada una las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 9 una única vez se escriben cuatro números primos de dos cifras. ¿Qué sumas pueden dar esos cuatro números primos?

***TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.***

Un número de dos cifras, no nulas, es igual al doble del producto de ambas cifras. Averigua qué valor puede tener dicho número.

***BACHILLERATO***

Un número de 4 cifras es tal que:

- a) las cifras que lo componen son todas distintas entre sí y de 0
- b) colocando las unidades en el lugar de los millares, las decenas en el lugar de las centenas, las centenas en el lugar de las unidades, los millares en el lugar de las decenas se obtiene un número que sumado con el de partida da 9613.

¿Qué números se pueden escribir con estas características? Explicad cómo los habéis hallado.

**10ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2011-2012**

**Último día de entrega para este PRIMER PROBLEMA el viernes 18-11-11**

**1ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

***PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.***

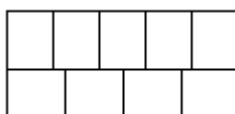
Mauricio, el bisabuelo de José, no es ciertamente centenario, pero es de edad muy avanzada. Lo que os puedo decir es que el año anterior su edad era múltiplo de 8, y que el año próximo es múltiplo de 7. ¿Cuál es la edad de Mauricio?

***TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.***

Un ciclista sufre un pinchazo cuando ha hecho las  $\frac{2}{3}$  partes del trayecto y ha de finalizarlo andando. En el trecho que realiza a pié invierte el doble de tiempo que en el que ha hecho en bicicleta. Sabiendo que en ambos recorridos las velocidades han sido constantes, ¿cuánto más rápido ha ido en la bicicleta que andando?

***BACHILLERATO***

En la figura puedes ver un rectángulo grande construido con nueve rectángulos pequeños idénticos.



La altura y la anchura, en centímetros, de cada uno de los rectángulos pequeños vienen dadas por números enteros.

Hallar las dimensiones del rectángulo pequeño sabiendo que el área del rectángulo grande es múltiplo de 13.