

**8ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2009-2010**

**Plazo de entrega: martes 30-03-2010**

**8ª y ¡¡ÚLTIMA JORNADA!! PROBLEMAS PROPUESTOS**

***PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.***

Tenemos un número de tres cifras cdu ("c" representa la cifra de las centenas, "d" la de las decenas y "u" la cifra de las unidades) que tiene las siguientes características:

1. La suma de sus tres cifras es igual a 10.
2. La suma de la cifra de las unidades y la de las decenas es igual a la cifra de las centenas.
3. Si se quita la cifra de las centenas, el número de dos cifras que nos queda, du, es igual al triple de la cifra de las centenas menos uno

¿Sabrías averiguar el número cdu?

***TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.***

Dos turistas salen de su posada a las 3 horas para hacer una excursión consistente en recorrer un camino llano, subir a una colina y volver, por el mismo camino, al punto de partida. Cuando el camino es llano avanzan a una velocidad de 4 millas por hora, en las subidas su velocidad se reduce a 3 millas por hora y en el descenso aumenta a 6 millas por hora. Sabiendo que han retornado a la posada a las 9 horas, hallar:

- a) La distancia total que han recorrido.
- b) La hora en que coronaron la colina con un margen de error de media hora.

***BACHILLERATO***

Uniendo 500 cubitos de arista 1 cm, sin trocear ninguno de ellos, se ha formado un prisma rectangular cuyas caras se pintan de rojo. ¿Qué dimensiones debemos dar al prisma para que el número de caras de los cubitos que han resultado pintadas sea el menor posible?

**8ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2009-2010**

**El último día para la entrega de soluciones el viernes 12-03-2010**

**7ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

***PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.***

Si colocamos los números impares formando una pirámide como se indica a continuación

1  
3      5  
7      9      11  
13    15    17    19  
21    23    25    27    29

Determinar

- a) El valor del número que ocupa la posición central en la fila número 1001.
- b) La suma de los números de la fila 1001.

***TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.***

Determina todos los números enteros positivos que podemos poner en lugar de  $x, y, z$  para que la igualdad resulte ser cierta.

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{16} = 1,4375$$

***BACHILLERATO***

Sean  $x, y, z$  números reales mayores que 1 y  $w$  un número real positivo. Sabiendo que  $\log_x w = 24$ ,  $\log_y w = 40$  y  $\log_{xyz} w = 12$ , hallar  $\log_z w$ .

**8ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2009-2010**

**El último día para la entrega de soluciones el viernes 19-02-2010**

**6ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

**PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.**

Los valores que aparecen en la tabla se han escrito siguiendo una regla numérica. Completa los valores que faltan y explica cuál es la regla (o reglas) seguida para hacerlo.

A	3	14	58	234	938
B	1	6	26		
C	5				

**TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.**

Dado un número natural  $N$ , definimos la operación  $\alpha$  consistente en sumar el cuadrado de sus cifras. Sea  $N = 24$ , si le aplicamos reiteradamente la operación  $\alpha$ , obtenemos la siguiente secuencia:  $24 \rightarrow 20 \rightarrow 4 \rightarrow 16 \rightarrow 37 \rightarrow 58 \rightarrow 89 \rightarrow 145 \rightarrow 42 \rightarrow 20$ . Como puedes observar, 20 es un resultado repetido y, si seguimos el proceso, entramos en el

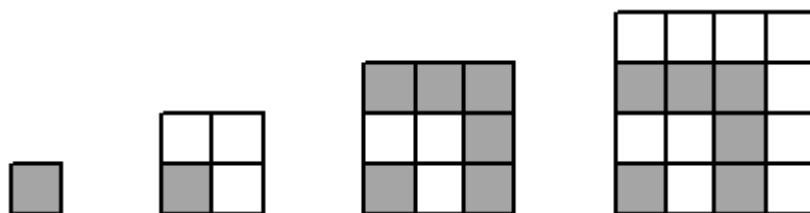
$20 \rightarrow 4 \rightarrow 16$   
 $\uparrow \qquad \qquad \downarrow$   
 ciclo:  $42 \qquad \qquad 37$  del que no podemos salir. Diremos, en este caso, que hemos  
 $\uparrow \qquad \qquad \downarrow$   
 $145 \leftarrow 89 \leftarrow 58$

caído en un “agujero negro” aritmético. ¿Qué hubiera ocurrido si hubiésemos comenzado el proceso con los números: 81; 204; 703? . Explica tu respuesta. ¿Pueden encontrarse, reiterando la operación  $\alpha$ , otros “agujeros negros” aritméticos diferentes del ciclo anterior?. Justifica tu respuesta.

**BACHILLERATO**

Con fichas cuadradas blancas (B) y negras (N) todas iguales, se arman cuadrados como los que pueden verse en la figura: un cuadrado  $1 \times 1$  está formado por una ficha N, un cuadrado  $2 \times 2$  se forma bordeando el cuadrado anterior con 3 con fichas B, y así sucesivamente.

Si disponemos de 1000 fichas blancas (B), ¿cuál es el cuadrado más grande que se puede armar?. ¿Cuántas fichas N se necesitan?

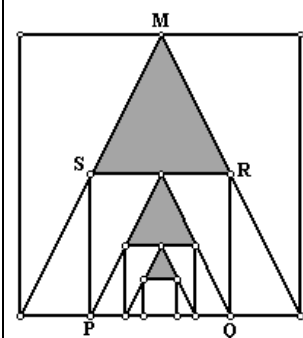


**8ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2009-2010**

**Último día de entrega de soluciones: el viernes 29-01-2010**

**5ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

**PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.**



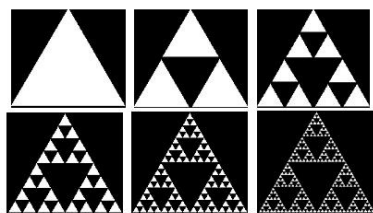
En el cuadrado grande se marca sobre un lado el punto medio M y se trazan los segmentos que unen M con los vértices opuestos. Los puntos medios de estos segmentos son R y S. PQRS es un cuadrado. Se repite este procedimiento dos veces.

¿Qué fracción del cuadrado grande representa la zona sombreada?

**TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.**

En una planta embotelladora se dispone de dos tipos de máquinas de fabricación de envases: las de tipo Alfa y las de tipo Beta. Cuatro máquinas Alfa y tres de tipo Beta hacen tantos envases en cinco días como tres de tipo Alfa y cinco Betas en cuatro días. Determina razonadamente cuál de los dos tipos de máquina es más eficiente en la producción de envases.

**BACHILLERATO**



Se dispone de una pieza de acero  $P_0$  en forma de triángulo equilátero de área  $A_0$ . Se corta en ella el triángulo equilátero central que se obtiene al unir los puntos medios de los lados mediante segmentos rectos. Obtenemos así una pieza  $P_1$  formada por los restantes tres triángulos equiláteros. Aplicamos el mismo procedimiento a cada uno de los tres triángulos de  $P_1$  y obtenemos una pieza  $P_2$  constituida por 9 triángulos equiláteros, y así sucesivamente.

Determinar, en función de  $A_0$  y  $n$ , la suma de las áreas de todos los triángulos eliminados al obtener la pieza  $P_n$ .

¿Cuál sería el valor de dicho área cuando hayamos aplicado dicho procedimiento infinitas veces?

**8ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2009-2010**

¡¡¡Felices Fiestas!!!

**Plazo para la entrega de soluciones: el viernes 15-01-10**

**4ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

***PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.***

María es capaz de mecanografiar 20 páginas de un manuscrito en 4 horas. Su compañera Juana tarda una hora más en mecanografiar el mismo número de páginas. Si se ponen juntas a mecanografiar un manuscrito de 900 páginas y acaban a la vez el trabajo. ¿Cuántas páginas ha pasado a máquina cada una de ellas?.

***TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.***

Un saltamontes matemático se halla situado en el punto (0, 0) de un sistema de coordenadas cartesianas rectangulares. Después de varios saltos se encuentra en el punto (6, 0). Sabiendo que en cada salto el animalito pasa del punto de coordenadas (x, y) al (x+1, y±1) y que la ordenada de los puntos a que salta nunca es negativa, ¿cuántos caminos diferentes ha podido seguir para ir de (0, 0) a (6, 0)?.

***BACHILLERATO***

Se propone el siguiente juego matemático: dos alumnos colocan alternativamente números enteros en los lugares vacíos de la ecuación  $x^3 + \square \cdot x^2 + \square \cdot x + \square = 0$ .

Gana el juego el alumno que consiga colocar un coeficiente que le permita asegurar que al finalizar el juego se obtendrá una ecuación con tres soluciones enteras

¿Dispone el alumno que realiza el primer movimiento de alguna estrategia que le permita asegurar que al finalizar el juego siempre se obtendrá una ecuación con tres soluciones enteras?

**8ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2009-2010**

**Plazo para la entrega de soluciones: el viernes 18-12-09**

**3ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

***PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.***

X		
		O

En el cuadrado de 3 x3 cuadrículas, que se muestra al margen, queremos colocar una X y una O de forma que estén en cuadrículas que no sean “vecinas”, es decir, que no tengan ni un lado ni un vértice común. Una de las posibles colocaciones de la X y la O se muestra en la figura.

Determina de cuántas formas es posible colocar la X y la O respetando las condiciones indicadas.

***TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.***

Cuando un hombre falleció su mujer estaba embarazada. Su testamento establecía que, si su mujer daba a luz una niña, la herencia debería repartirse dando la mitad a la madre y la otra mitad a la hija. En el caso de que naciera un niño, la herencia se repartiría asignando 2/3 al hijo y 1/3 a la madre. Llegado el día del parto, la mujer dio a luz gemelos: un niño y una niña. ¿Cómo ha de repartirse la herencia respetando la voluntad expresada por el padre en el testamento?.

***BACHILLERATO***

En la sucesión de números enteros positivos  $a_1, a_2, \dots, a_k, \dots$ , para  $1 \leq i \leq k$ , el término  $a_i$  es igual al  $i$ -ésimo número impar positivo; para  $i > k$ , el término  $a_i$  es igual a la media aritmética de los términos que le preceden. Hallar el valor del término  $a_{2k}$ .

**8ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2009-2010**

**Plazo para la entrega de soluciones: el viernes 21-11-09**

**2ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

***PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.***

Vendió la mitad de sus coches y uno más al primer cliente del día. Al segundo cliente le vendió la mitad de los que le quedaban y otro coche más. Al tercer cliente le vendió también la mitad de los coches que le quedaban y uno más. E hizo lo mismo con el cuarto. Con ello liquidó todos los coches que tenía a la venta y quedó como un satisfecho vendedor. ¿Cuántos coches tenía inicialmente?

***TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.***

El comisario Jaritos intenta atrapar a los responsables del robo de un valioso icono bizantino del siglo XIII.

Los sospechosos son cuatro personajes bien conocidos por la policía: Bernard “el tatuado”, Estefano “el pirata” y los hermanos “Malasombra”: Augusto y Dante.

El comisario los interroga a los cuatro y recoge sus declaraciones:

- Augusto: *Bernardo no ha robado el cuadro.*
- Estefano: *El robo no ha sido cometido por Dante.*
- Bernard: *El ladrón es uno de los dos hermanos.*
- Dante: *Yo no he sido.*

El comisario Jaritos sabe que solamente uno de ellos ha mentado. Con las declaraciones y esta información ha identificado al autor del robo. ¿Puedes decirnos su nombre?. Razona tu respuesta.

***BACHILLERATO***

Esperanza es una madre de familia que tiene cuatro hijos. Su edad tiene actualmente una curiosa propiedad: si se escribe tres veces consecutivas, se obtiene un número de seis cifras que es igual al producto de las edades de Esperanza, su marido y sus cuatro hijos.

¿Qué edad tiene cada uno de los miembros de la familia de Esperanza?

**8ª LIGA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
I.E.S. LA MARINA-SANTA CRUZ DE BEZANA  
CURSO 2009-2010**

**El último día de entrega para este PRIMER PROBLEMA el viernes 6-11-09**

**1ª JORNADA. PROBLEMAS PROPUESTOS**

**PRIMERO Y SEGUNDO DE E.S.O.**

Vamos a llamar números de Atila (no sé por qué se me ha ocurrido este nombre) a los siguientes:  $n^{\circ}$  de Atila =  $\{1, 11, 111, 1111, \dots\}$   
Considera los diez primeros números de Atila  
¿Cuántos hay que sean múltiplos de 11?; ¿cuántos son múltiplos de 3?; ¿cuántos "1" tienes que utilizar si escribes los 10?  
Contesta las mismas preguntas si en vez de considerar los 10 primeros, tuviésemos los 1000 primeros números de Atila (no se te vaya a ocurrir escribirlos todos)

**TERCERO Y CUARTO DE E.S.O.**



Se tiene un hexágono regular en el plano  
Operación 1: Se rodea colocando alrededor hexágonos iguales a él. Hay  $1 + 6 = 7$  hexágonos.  
Operación 2: se rodea esta estructura con hexágonos iguales. Ahora hay  $1 + 6 + 2 \times 6 = 19$  hexágonos.  
Se repite esta operación.  
¿Cuántos hexágonos hay después de la operación 4?  
¿Puedes decir cuántos hay después de la operación 100?  
¿Cuántos hay después de la operación  $n$ ?  
Después de la operación  $n$  queremos poner 2 euros en cada vértice de orden 2 (es decir, donde se corten dos aristas), y tres en cada uno de orden 3. ¿Cuántos euros necesitamos en total?.

**BACHILLERATO**

Considera la sucesión cuyos cuatro primeros términos pueden escribirse en la forma:  
 $S_1 = \frac{1}{1 \cdot 2}$ ;  $S_2 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3}$ ;  $S_3 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4}$  y  $S_4 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5}$ . Se pide:

- Hallar el valor del término correspondiente al año actual ( $S_{2009}$ ) y el término general de la sucesión.
- ¿Sería un error afirmar que, por elevado que sea  $n$ , la diferencia  $S_n - S_1$  no va a ser nunca mayor que 0,5?. Justifica tu respuesta.



